

資料

バリュー・アット・リスク (Value at Risk) の算出とリスク／リターン・シミュレーション

(目次)

はじめに

I. バリュー・アット・リスクの算出

1. バリュー・アット・リスク算出モデルの基本的枠組み
2. バリュー・アット・リスク算出パイロットモデルの構造に沿った計算手順の解説

II. バリュー・アット・リスクの算出に関する理論的検討

1. リスクファクターのボラティリティの算定方法
2. リスクファクター間の相関の算定方法

はじめに

1980年代後半以降の金融派生商品（デリバティブ）市場のめざましい拡大は、市場間の緊密化、取引の効率化等を飛躍的に促し、国際金融市場を大きく変貌させた。デリバティブ取引の発展に象徴される金融業におけるテクノロジーの進歩は、リスクの分解を可能にすると同時に、リスク管理コストの低下を促進した。こうした金融技術の進歩は、一方で、高度なリスク構造を有する新商品を次々と生み出し、また伝統的取引に潜む複雑なリスクの存在を明らかにする役割を果たしてきた。このため、デリバ

III. リスク／リターン・シミュレーション

1. シミュレーションの概要
2. シミュレーション結果
3. インプリケーション

終わりに

ティブ取引をはじめとするオフバランス取引と伝統的なオンバランス取引を含めた、金融機関のポートフォリオ全体のリスク管理の必要性が浮き彫りとなってきている。ポートフォリオ・リスク管理の巧拙は、いまや金融仲介機関の収益力に大きな影響を与えるひとつの要因となってきているほか、ディスクロージャー体制の整備等を通じリスク管理能力そのものが市場から評価される対象にもなっており、こうした面からも、ポートフォリオ・リスク管理の重要性に対する金融市場参加者の認識は急速に高まっ

ている(注1)。

この間、市場参加者の間で実際に用いられているリスク管理手法も一段の進展を遂げている。市場価格の変動に伴って発生するポートフォリオのマーケット・リスクを算出する手法としては、これまでマチュリティー・ラダー法やデュレーション法等が用いられてきたが、こうした手法の中で、近年特に注目されているのがバリュー・アット・リスク(Value at Risk)によるリスク管理である。昨年12月に発表されたG-30の報告によれば、世界の主要ディーラーの約半数が既にバリュー・アット・リスクに基づくリスク管理を実施しており、今後1年以内に実施予定の先も含めるとその割合は8割に達している(注2)。

バリュー・アット・リスクとは、保有期間中に一定の確率でポートフォリオに発生し得る最大損失額を統計的に表示したリスク指標である。同指標は従来のリスク指標と比べ、①ポートフォリオ全体としてのリスク量をひとつのデータに集約して把握できる、②算出される損失額の統計的信頼区間を示すことにより客観性を持たせることが可能、③リスク量が損失額という金額で表示されるためポートフォリオの期待収益や自己資本額と比較することにより金融機関が負っているリスク量の妥当性を判断することが容易、といった優れた点を有している。また、バリュー・アット・リスクは、これまでマーケット・リスクを算定する指標として用いられるこ

とが一般的であったが、これを信用リスクの把握に援用することも可能と考えられている。このようにバリュー・アット・リスクは、汎用性の高いリスク評価方法として市場参加者の間に定着しつつあるが、同時に様々な問題点や限界があるのも事実である。リスク評価手法は日々進歩を遂げており、現時点で最も進んだ手法のひとつとして注目されているバリュー・アット・リスクも、これが究極的な手法というわけではない。経営陣はこうした点を十分念頭に置いて、実際のリスク管理を行っていく必要がある。

そこで本稿では、リスク管理の理論と実務についての理解を深めることを目的として、現在、主要市場参加者において有力なリスク指標となりつつあるバリュー・アット・リスクについて、まず第I章で具体的な算出方法の解説を試みる(注3)。その際、バリュー・アット・リスクの理論的算出方法を示すと同時に、日本銀行金融研究所が作成したバリュー・アット・リスク算出のための簡単なパイロットモデルの構造に沿って具体的な計算手順の一例をやや子細に解説する。次に第II章では、バリュー・アット・リスク算出の際の実務的および理論的な問題点につき概観する。そして最終章では、パイロットモデルを用いて、事前に予測されたリスク量であるバリュー・アット・リスクと実現損益との比較シミュレーションの一例を示し、インプリケーションを考える。

(注1) 例えば「Derivatives:Practices and Principles」(The Group of Thirty、1993年7月)を参照。

(注2) 「Derivatives:Practices and Principles Follow-up Surveys of Industry Practice」(The Group of Thirty、1994年12月)を参照。

(注3) この部分は、『日本銀行月報』1994年11月号「金融仲介機関によるマーケット・リスクおよび信用リスクのパブリック・ディスクロージャーに関する討議用ペーパー [補論] バリュー・アット・リスクの具体的算出方法について」を拡張したものである。

I. バリュウ・アツト・リスクの算出

1. バリュウ・アツト・リスク算出モデルの基本的枠組み

バリュウ・アツト・リスク算出モデルの概念的枠組みは、ある環境変化の下でのポートフォリオ価値の変動をある確率をもって予想するシステムであり、具体的には以下の3つのステップから構成されている。

- ① 将来の環境変化に関する情報の入力
- ② 環境変化に対するポートフォリオの感応度の把握
- ③ 想定される環境変化シナリオ下でのポートフォリオ価値の変動額の推定

モデルの細かな構造を決めるに当たっては、まずバリュウ・アツト・リスクを算出する目的を明確にすることが最も重要である。例えば、算出された結果をトレーディング現場で用いるのか、もしくは経営陣が経営指標のひとつとして参考とすることを目的とするのかによって、モデルに求められる予測精度や理論的精緻性の程度が異なる。また、金融・資本市場が平常な状態におけるリスクを算定しようとするのか、

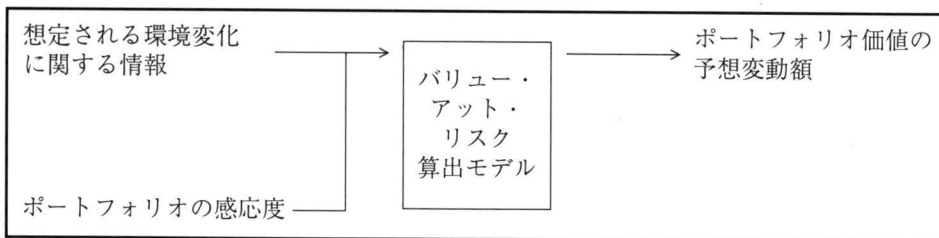
なにがしかの異常事態の発生をも考慮した場合のリスクを知ろうとするのかによっても、モデルに入力する情報や構造が異なると考えられる。本稿では、①平常時の環境変化を前提とし、②経営陣がポートフォリオ全体のリスクを把握することを想定して、バリュウ・アツト・リスクの算出を行った。

(1) 将来の環境変化に関する情報の入力

まず、将来起こり得る環境変化、具体的には金利、為替レート等市場価格の将来変動についてのシナリオを作成する。シナリオ作成に当たっては、以下の点が重要となる。

①ポートフォリオ価値を変化させる要因（リスクファクター）の特定

ポートフォリオ価値を変化させる要因はリスクファクターと呼ばれ、対象となるポートフォリオの構成や知ろうとするリスクの種類によって異なる。例えば金融・資本・商品市場における価格変動リスクが考察対象の場合には、各市場における価格（金利、為替レート、株価、商品価格等）がリスクファクターとなる。また、取引相手の信用度の悪化に伴って発生する信用リスクを把握するためには、取引相手の信用情報に関する変数（デフォル



ト確率やそれを規定する諸要因等)をリスクファクターとすることも必要となる。

②リスクファクターの変動に関するシナリオの策定

リスクファクターの将来変動に関するシナリオの策定方法としては、統計モデルを用いた予測等を行わず過去のデータをそのまま用いる方法が一般的であり、その具体的な手法としては、後述するマトリックス法(Variance-Covariance法)のほか、ヒストリカル・シミュレーション法(注4)やモンテカルロ・シミュレーション法(注5)といったものがある。これらの手法は、基本的に過去の価格変動と類似のパターンで将来の価格変動が起こるといったシナリオを設定するものであるが、価格の変動過程をどのように与えるかという点でそれぞれ特徴がある。また、このほか、過去のデータから算出されるリスク量が必ずしも将来を正確に予測しないという問題を解決するため、これらとは異なった統計モデルを用いてボラティリティの予測を行う場合もある。

(2) 環境変化に対するポートフォリオの感応度の把握

将来の環境変化に関するあるシナリオの下で発生するポートフォリオ価値の変動を推定する

ためには、各リスクファクターが単位量変動した場合にどれだけの損益が発生するかというポートフォリオの感応度を把握しておくことが必要となる。ポートフォリオの感応度は、従来から、センシティブティ、ベシス・ポイント・バリュー等と呼ばれ、これら自身がリスク指標のひとつとして用いられてきた。具体的な計算方法は、ポートフォリオを構成する個々の取引の評価式を基に、それらを構成するリスクファクター(金利や株価等)を単位量(1ベシスポイント<bp>、1円等)変化させ、この変動に伴って生ずる取引価値の変化(利益もしくは損失額)を算出するものである。

(3) 想定される環境変化シナリオ下でのポートフォリオ価値の変動額の推定

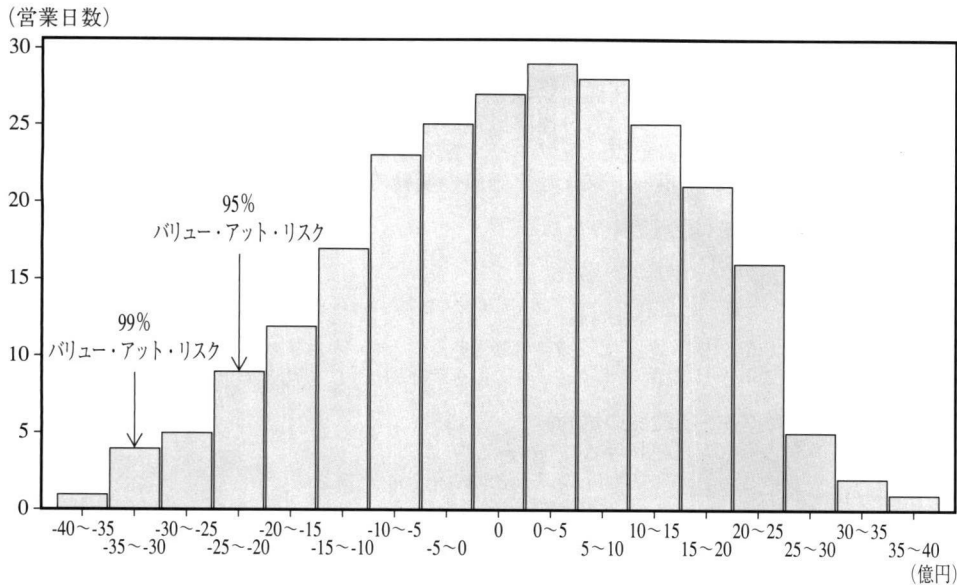
ヒストリカル・シミュレーション法もしくはモンテカルロ・シミュレーション法においては、与えられた一連の市場価格データ(環境変化シナリオ)を使ってポートフォリオ価値を計算し、その結果得られるポートフォリオ価値の変動額(利益もしくは損失額)を示すデータ群の中で損失が最大のもの(もしくはそれを上回る損失の発生確率が、例えば1%に対応する損失額)がバリュー・アット・リスクとして採用される(図表1)。

これに対し、マトリックス法(Variance-Covariance法)の基本的考え方は、将来リスク

(注4) ヒストリカル・シミュレーション法においては、ある一定期間のヒストリカルな市場データの下で評価したポートフォリオ価値の変化額の分布からバリュー・アット・リスクを算出する。

(注5) モンテカルロ・シミュレーション法では、ヒストリカル・データから得られる分散/共分散の下でランダムに変化する市場データを作成し、これを用いてポートフォリオ価値の変動を生じさせることにより、バリュー・アット・リスクを算出する。

(図表1) 1日の損益額ヒストグラム (例)



ファクターが過去の変動率の標準偏差分(注6)だけ変動すると仮定したうえで、ポートフォリオの各リスクファクターに対するセンシティブティを用いて、ポートフォリオ全体の価値変動を予測しようとするものである(注7)。リスクファクターが複数存在する場合には、リスクファクター相互間の相関が考慮され、具体的な算出式は(後掲図表2)に示すとおりとなる。

また、どの程度の確率で発生する損失額をリスク指標とするかという点については、マトリックス法においてリスクの線形性が仮定されてい

る場合には、リスクファクターの変動によって発生するポートフォリオ価値の変動の標準偏差を求め、これを必要なだけスケールアップすることにより算出する。例えば、バリュエーション・アット・リスクを上回る損失の発生確率を1%に抑えたいとすれば、99%の信頼水準でバリュエーション・アット・リスクを算出することになり、これは、ポートフォリオ価値の将来変動が正規分布に従うと仮定している場合に標準偏差のおよそ2.33倍の金額がバリュエーション・アット・リスクと認識されることを意味する(注8)(後掲図表3)。

(注6) 通常これが「リスクファクターのボラティリティ」と呼ばれる。

(注7) 通常、マトリックス法においては市場価格の変動率の分布について正規性が仮定されている。これについては、多くの金融データは正規分布に比べ分布の裾野が厚い(いわゆる"fat tail")ということが一般に知られており、その意味でこの仮定の現実性には疑問が残るが、本稿では簡便性を重視してこの仮定に従う。

(注8) リスクファクターの変化率が正規分布に従っている場合、リスクファクターの変動幅は対数正規分布に従う。したがって、それらの線形関数で表されるポートフォリオ価値の変動額については、理論的には分布の正規性は担保されない点には留意する必要がある。

(図表2) マトリックス法によるバリュー・アット・リスクの算出

$$\text{VAR (バリュー・アット・リスク)} = \phi \times \sqrt{\tau} \times \sigma_p$$

ϕ : 信頼区間 (VARが発生する損失をカバーする範囲、標準偏差の倍数)
 τ : 対象ポートフォリオ保有期間 (年)
 σ_p : ポートフォリオ価値の変動の標準偏差 (年率)

なお、 σ_p は以下のように求められる。

(リスクファクターが1つの場合)

$$\sigma_p = \delta \times \sigma$$

δ : リスクファクターに対するポートフォリオの感応度
 σ : リスクファクターのボラティリティ (過去の変動の標準偏差)

(リスクファクターが2つの場合)

$$\Delta P = \Delta r_1 \cdot \delta_1 + \Delta r_2 \cdot \delta_2$$

$$\sigma_p^2 = \delta_1^2 \sigma_1^2 + \delta_2^2 \sigma_2^2 + 2 \rho_{12} \delta_1 \delta_2 \sigma_1 \sigma_2$$

ΔP : ポートフォリオ価値の変化額
 Δr_i : リスクファクター i の変動幅
 δ_i : リスクファクター i に対するポートフォリオの感応度
 σ_i : リスクファクター i のボラティリティ
 ρ_{ij} : リスクファクター i・j 間の相関係数

(リスクファクターが n 個の場合)

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n \delta_i^2 \sigma_i^2 + 2 \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n \rho_{ij} \delta_i \delta_j \sigma_i \sigma_j$$

$$= [\delta_1 \sigma_1 \quad \delta_2 \sigma_2 \quad \dots \quad \delta_n \sigma_n] \begin{bmatrix} 1.0 & \rho_{12} & \dots & \rho_{1n} \\ \rho_{21} & 1.0 & \dots & \rho_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{n1} & \dots & \dots & 1.0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_1 \sigma_1 \\ \delta_2 \sigma_2 \\ \vdots \\ \delta_n \sigma_n \end{bmatrix}$$

$$\text{VAR} = \phi \times \sqrt{\tau} \times \sqrt{[\delta_1 \sigma_1 \quad \delta_2 \sigma_2 \quad \dots \quad \delta_n \sigma_n] \begin{bmatrix} 1.0 & \rho_{12} & \dots & \rho_{1n} \\ \rho_{21} & 1.0 & \dots & \rho_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{n1} & \dots & \dots & 1.0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_1 \sigma_1 \\ \delta_2 \sigma_2 \\ \vdots \\ \delta_n \sigma_n \end{bmatrix}}$$

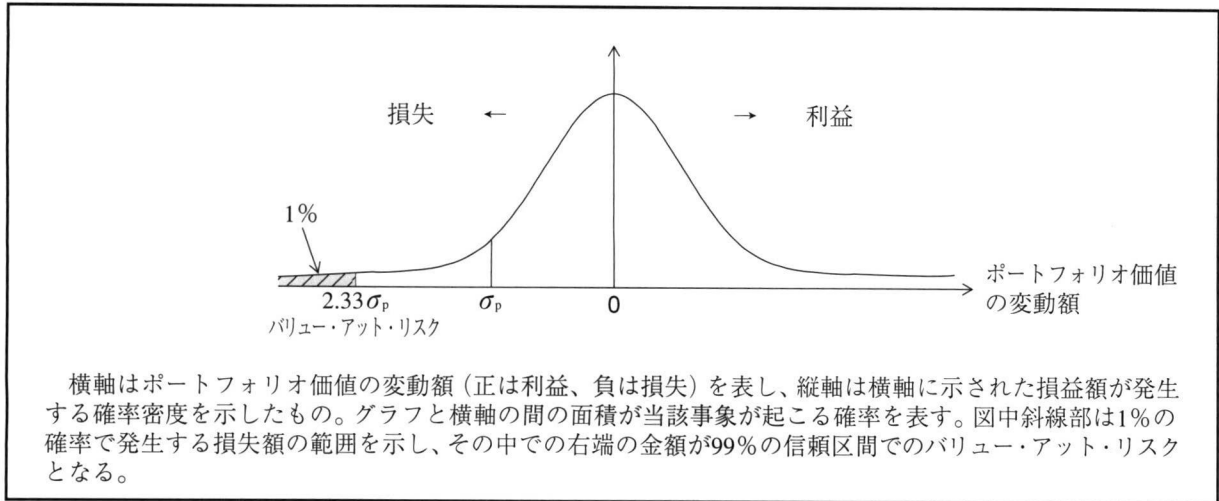
さらに、ポートフォリオをある一定期間変更を加えずに保有した場合のバリュー・アット・リスクを求めるには、リスクファクターのボラティ

リティが年率で与えられていれば、その結果得られたバリュー・アット・リスクを $\sqrt{\frac{n}{250}}$ 倍 (n: 保有日数) (注9) することが必要となる。

(注9) 1年を営業日ベースで250日として計算した場合、n日間の分散が1日の分散のn倍になることに関する説明は、後掲脚注22を参照。

(図表3)

ポートフォリオ価値の変動額の分布



2. バリュアット・リスク算出パイロットモデルの構造に沿った計算手順の解説

以下この章では、日本銀行金融研究所が作成した円金利のみをリスクファクターとする比較的簡単な構造のバリュアット・リスク算出パイロットモデルをひとつの例として用い、バリュアット・リスクの計算手順と留意点を解説する。

に対するポートフォリオの感応度の把握、ハ、想定される環境変化シナリオ下でのポートフォリオ価値の変動額の推定、の3つのステップからなるので、これに沿って具体的に説明する。

(1) 基本的計算手順

上述のようにモデルの基本的計算手順は、イ、将来の環境変化に関する情報の入力、ロ、環境変化

イ. 将来の環境変化に関する情報の入力

① リスクファクター

このモデルでは、円金利関連取引からなるポートフォリオの円金利リスクを算定対象とする。その計算に当たっては、9期間（1・3・6か月・1・2・3・5・7・10年物）の円金利ゼロクーポン・イールド（注10）をリスクファクターとする（注11）。

(注10) ゼロクーポン・イールドとは、割引債の利回りを連続複利で表現したものであり、 t 年のゼロクーポン・イールド(r_t)は以下の式で定義される。

$$r_t = m \cdot \ln(1 + R_t/m)$$

R_t : t 年後満期割引債の年 m 回複利方式の金利

(注11) ゼロクーポン・イールドでなくフォワードレートをリスクファクターとして選択する場合もある。両者の違いとして、ゼロクーポン・イールドはマーケットで頻繁に利用されるデータ（スポットレート）に近く直観的に理解しやすい面がある一方、フォワードレートは金利の期間構造（イールドカーブ）を構成する要素としてよりリスクファクターとして扱いやすいといった点が指摘されている。

②想定される環境変化シナリオ

リスクファクターの将来変動は、過去の市場データから算出されたボラティリティおよび相関係数に基づいて発生すると想定（マトリックス法を採用）。

ロ. 環境変化に対するポートフォリオの感応度の把握

パイロットモデルには、金利先物、FRA^(注12)、金利スワップ、金先オプション、キャップ／フロー、スワップション（スワップ取引実行についてのオプション契約）の7種類の取引について評価式が取り込まれている。9つのリスクファクターを実際に1ベースポイント（bp）ずつ動かしてこれらの取引価格の変化額を計算することにより、センシティブティを算出している。オプション関連取引については、ブラックが導いた公式^(注13)に基づいて時価を算出し、リスクファクターが1bp変化したときの原資産価格の変化額にデ

ルタ値を乗じて他の取引のセンシティブティと合算する^(注14)。

ハ. 想定される環境変化シナリオ下でのポートフォリオ価値の変動額の推定

マトリックス法を用いてポートフォリオ価値の変動額の標準偏差を計算。信頼区間やポートフォリオ保有期間の設定については、リスクを把握する目的によって多様であるが、ここでは、信頼区間95%、ポートフォリオ保有期間1週間の場合のバリュエーション・アット・リスクを算出する。

(2) モデルの具体的仕様

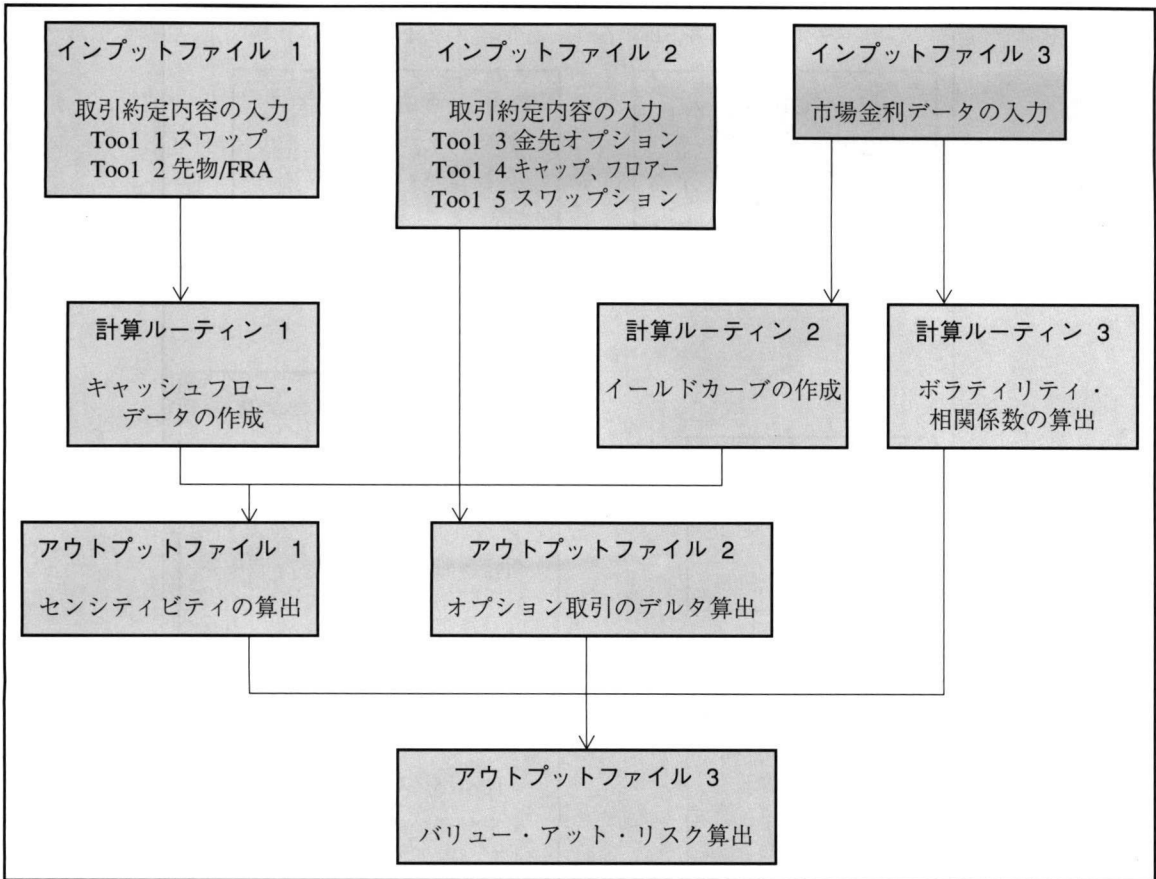
本稿で用いるバリュエーション・アット・リスク算出モデルは、3つのインプットファイルと計算ルーティンおよびアウトプットファイルから構成されている（図表4）。以下では、それぞれのファイルの概要を説明する。

(注12) FRA (Forward Rate Agreement、金利先渡取引) とは、将来の金利水準を売買の対象とする店頭オフバランス取引で、将来の特定日に成立する市場金利と約定金利の差に想定元本を乗じた金額を決済日に受け渡すもの。

(注13) オプション価値評価モデルは多数存在し、それぞれメリット・デメリットが指摘されている。本稿で用いたブラックの公式は、特に金利関連オプションのプライシングを行う際にその限界が指摘されることが多いが、ここでは簡便性を重視しこれを用いることとした。なお、ブラックの公式は、オプションのプライシングモデルとしてよく知られているブラック・ショールズの公式が現物価格を原資産として導出されているのに対し、先物価格を原資産として導出されたもの。

(注14) 一般にリスク管理のうえでは、オプション取引の非線形リスクを把握する必要があるが、簡便化のため、本稿で用いたモデルではオプション取引のデルタ（線形）リスクのみを算定対象としている。オプション取引の非線形リスクの算定手法としては、デルタリスクにガンマおよびベガリスクをアドオンするGreek Letter法や、シナリオ法、モンテカルロ・シミュレーション法等がある。

(図表4) バリュー・アット・リスク算出モデルの構造



インプットファイル 1

非オプション取引について取引種類（以下
"Tool"と呼ぶ）ごとに個別の約定内容を入力（後
掲図表 5）。

- Tool 1: 金利スワップ
- Tool 2: 金利先物、F R A

インプットファイル 2

オプション取引の約定内容を入力。

- Tool 3: 金先オプション

Tool 4: キャップ/フロアー

Tool 5: スワップション

インプットファイル 3

過去の市場金利データを入力。

計算ルーティン 1

インプットファイル 1 で入力された非オプション
取引の約定内容および現在のイールドカーブ
を基に計算時点から将来にわたる日々のキャッ

(図表5) 取引約定内容入力データ

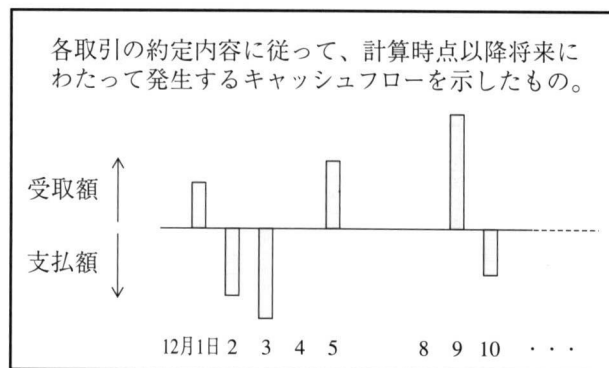
インプットファイル 1	インプットファイル 2
Tool 1 金利スワップ 想定元本 取引開始日 取引終了日 受取金利・利払い間隔 支払金利・利払い間隔	Tool 3 金先オプション コール／プット 売り／買い 枚数 限月 行使価格
Tool 2 金利先物 売り／買い 枚数 限月	Tool 4 キャップ・フロアー キャップ／フロアー 売り／買い 想定元本 キャップ／フロアレート 利払い間隔 取引開始日 取引終了日
Tool 2' FRA 想定元本 売り／買い 取引開始日 取引終了日 約定金利	Tool 5 スワップション 固定金利受取／固定金利支払 オプション期間 売り／買い 想定元本 スワップ開始日 スワップ終了日 受取金利・利払い間隔 支払金利・利払い間隔

シュフロー・データを作成 (図表6)。

(図表6) キャッシュフロー・データの作成

計算ルーティン 2

インプットファイル3で入力した市場金利データからバリュー・アット・リスク計算時点のデータを取り出し、日次のゼロクーポン・イールドカーブを作成。得られたイールドカーブからポートフォリオの時価算出に必要なディスカウ



ント・ファクターを算出(注15)(図表7)。

計算ルーティン3

インプットファイル3で入力した市場金利データをゼロクーポン・イールドに変換し、9個のリスクファクターのヒストリカル・ボラティリティおよび相関マトリックスを算出。

アウトプットファイル1

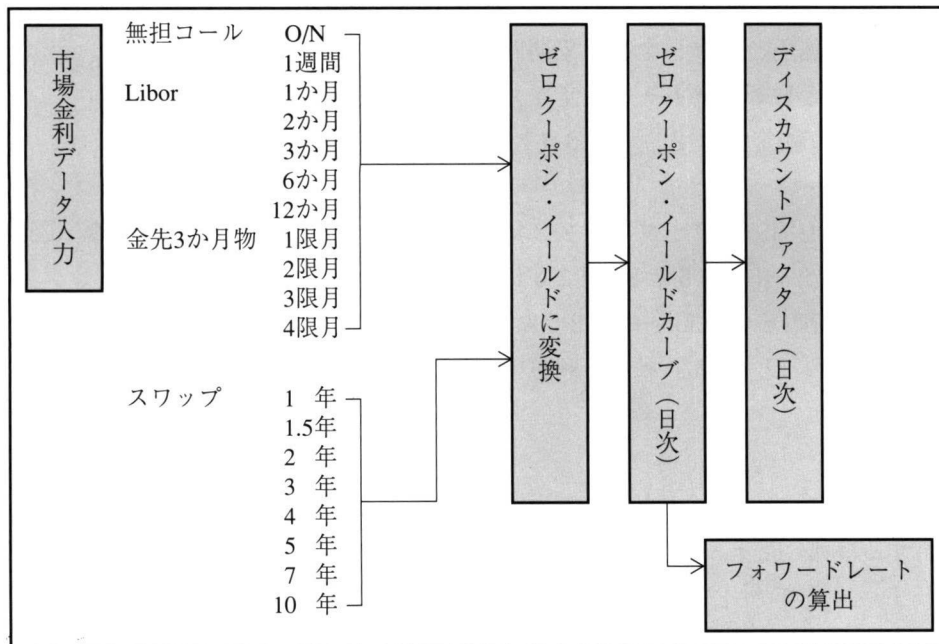
計算ルーティン2で得られたディスカウント・ファクターを用いて、計算ルーティン1で算出された非オプション取引に関するキャッシュフロー・データを現在価値に割り引く。これを足し合わせて、取引ごとおよびポートフォリオ全体の時価(PV)を算出。さらに9つのリスクファク

ターをそれぞれ1bpずつ変動させて取引およびポートフォリオ価値の再計算を行う(PV(+1bp))。これと最初に計算した時価の差額を計算することにより、各リスクファクターに対するセンシティブリティを算出($\delta = PV(+1bp) - PV$)。

アウトプットファイル2

ブラックの公式を用いて、インプットファイル2に入力されたオプション取引の時価を算出。非オプション取引と同様の方法でセンシティブリティを測定($\delta = PV(+1bp) - PV$)。なお、計算に用いる金利データは計算ルーティン2のイールドカーブ・データを、ボラティリティは約定内容とともにインプットファイル2に入力した市場データを使用。

(図表7) ディスカウントファクターの算出



(注15) ゼロクーポン・イールド (r_t) とディスカウント・ファクター (DF_t : キャッシュフロー・データを現在価値に割り引く際に用いる割引率) との関係は以下のとおり。

$$DF_t = e^{-r_t t}$$

アウトプットファイル3

アウトプットファイル1・2で得られたセンシティブリティ・データと計算ルーティン3で算出されたボラティリティおよび相関マトリックスを用いてポートフォリオ価値の変動額の標準偏差(σ)を計算。信頼区間95%($\sigma \times 1.64$)、ポートフォリオ保有期間1週間($\sigma \times 1.64 \times \sqrt{\frac{5}{250}}$ (注16))としてバリュエーション・アット・リスクを計算する(前掲図表2参照)。

(3) 具体的取引内容に基づくバリュエーション・アット・リスク計算事例(計算時点1994年11月30日)

ここでは以下の3本の取引からなるポートフォリオのバリュエーション・アット・リスクを算出する。

イ. 対象ポートフォリオ(取引約定内容)

① FRA

想定元本25億円、売り、金利対象期間95年1月15日スタート-95年4月15日エンド、約定金利2.450%

② 金利スワップ

想定元本50億円、スワップ期間93年12月20日スタート-96年12月20日エンド、変動金利(6か月Libor+0.25%)受け、固定金利(3.8%)払い、利払い6か月ごと

③ スワップション

想定元本50億円、固定金利払いスワップを実行する権利の売り、95年3月25日スタート-99年3月25日エンド、利

払い6か月ごと、行使レート4.60%

ロ. 非オプション取引のキャッシュフロー・データ(図表8)

(図表8) キャッシュフロー・データ

(単位 億円)

日付	キャッシュフロー	取引
95年 1月15日	$\frac{25 \times (0.0245 - r_{3M(95/1)}) \times 3/12}{1 + r_{3M(95/1)} \times 3/12}$	①
6月20日	$50 \times (r_{6M(94/12)} + 0.0025 - 0.038) \times 6/12$	②
12月20日	$50 \times (r_{6M(95/6)} + 0.0025 - 0.038) \times 6/12$	②
96年 6月20日	$50 \times (r_{6M(95/12)} + 0.0025 - 0.038) \times 6/12$	②
12月20日	$50 \times (r_{6M(96/6)} + 0.0025 - 0.038) \times 6/12$	②

(注) $r_{iM(t)}$: t時点のiか月金利

ハ. イールドカーブ・データ(図表9~10)

ニ. ボラティリティ(後掲図表11)

ホ. 相関マトリックス(後掲図表12)

ヘ. 算出結果

各取引およびポートフォリオ全体の各リスクファクターに対するセンシティブリティを計算し

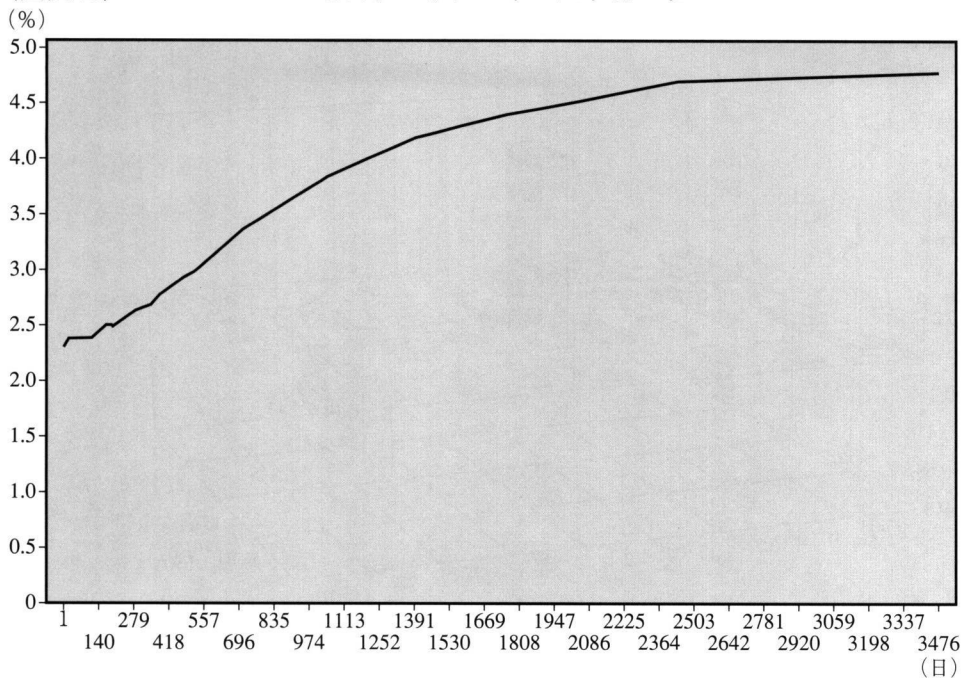
(注16) 1週間を5営業日として計算。

(図表9) 市場金利データ
(1994年11月30日)

無担保コールO/N	2.28125%
無担保コール1週間	2.3125%
1か月 Libor	2.375%
2か月 Libor	2.375%
3か月 Libor	2.375%
6か月 Libor	2.50%
12か月 Libor	2.75%
1年物スワップレート	offer 2.70% - bid 2.64%
1.5年物スワップレート	offer 3.03% - bid 2.99%
2年物スワップレート	offer 3.37% - bid 3.35%
3年物スワップレート	offer 3.87% - bid 3.85%
4年物スワップレート	offer 4.22% - bid 4.18%
5年物スワップレート	offer 4.42% - bid 4.30%
7年物スワップレート	offer 4.71% - bid 4.69%
10年物スワップレート	offer 4.82% - bid 4.78%
金先94年12月限	97.62円
金先95年 3月限	97.41円
金先95年 6月限	97.14円
金先95年 9月限	96.82円
金先95年12月限	96.46円

た結果をグラフで示したものが後掲図表13である。このような図はデルタマップと呼ばれ、実際にトレーディングを行っている現場では、現在のポートフォリオ価値がどこのファクターの動きに敏感に反応するかを知るための道具として使われている。今回対象としたポートフォリオでは、計算時点から2年後(96年12月20日)に終了するスワップ取引(取引②)から発生するキャッシュフローすべてに影響を与える2年物ゼロクーポン・イールドに対するセンシティブティと、計算時点から4年4か月後に終了するスワップ取引を対象としたスワップション(取引③)の5年物ゼロクーポン・イールドに対するセンシティブティが大きい。このため、ポートフォリオ全体としてもこの2つのリスクファクターに対する感応度が最も高くなっていることがわかる。

(図表10) ゼロクーポン・イールドカーブ



(図表11) リスクファクターのヒストリカル・ボラティリティ

(データ観測期間：3年間 (91年12月～94年11月)
変動観測間隔：2週間 (Moving-Windows 法*))

(単位 %)

	1か月 金利	3か月	6か月	12か月	2年	3年	5年	7年	10年
σ	25.9	20.3	21.1	26.9	26.5	26.0	24.1	21.7	19.2

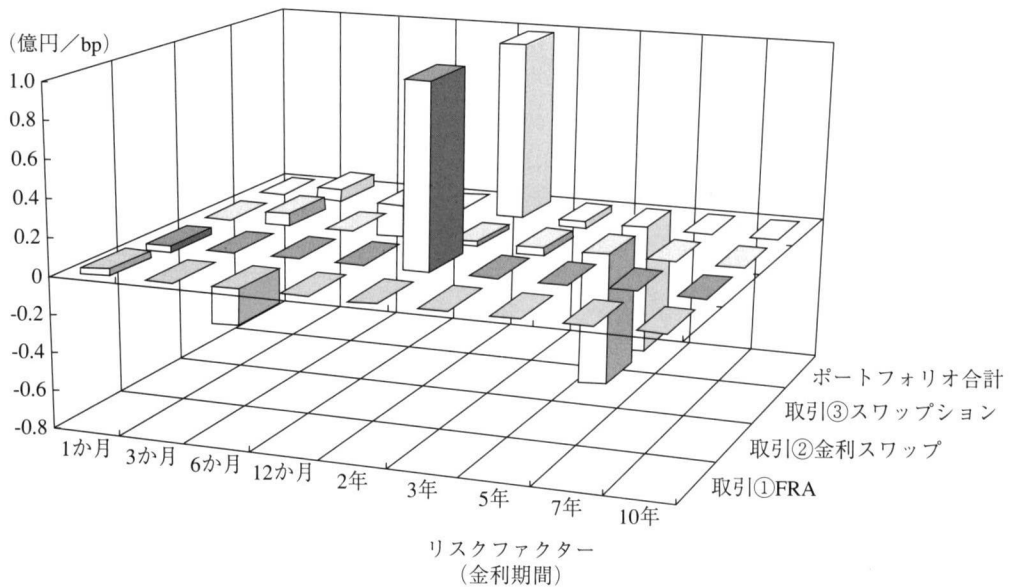
(注) *印は図表18参照。

(図表12) リスクファクター間の相関マトリックス

(データ観測期間：3年間 (91年12月～94年11月)
変動観測間隔：2週間 (Moving-Windows 法*))

	1か月	3か月	6か月	12か月	2年	3年	5年	7年	10年
1か月	1.000	0.639	0.495	0.404	0.243	0.286	0.284	0.198	0.177
3か月	0.639	1.000	0.789	0.625	0.459	0.500	0.531	0.467	0.425
6か月	0.495	0.789	1.000	0.725	0.615	0.649	0.643	0.553	0.497
12か月	0.404	0.625	0.725	1.000	0.734	0.762	0.727	0.619	0.570
2年	0.243	0.459	0.615	0.734	1.000	0.895	0.843	0.750	0.728
3年	0.286	0.500	0.649	0.762	0.895	1.000	0.957	0.858	0.808
5年	0.284	0.531	0.643	0.727	0.843	0.957	1.000	0.931	0.875
7年	0.198	0.467	0.553	0.619	0.750	0.858	0.931	1.000	0.940
10年	0.177	0.425	0.497	0.570	0.728	0.808	0.875	0.940	1.000

(図表13) ポートフォリオのデルタマップ



ポートフォリオの保有期間を2週間、信頼水準を95%として3本の取引およびポートフォリオ全体のバリュアット・リスクを算出する。この結果、ポートフォリオ全体のバリュアット・リスクは16.2億円と個別取引のバリュアット・リスクを単純合算した場合の59.1億円の約4分の1、無相関を想定した場合の40.1億円の約4割となっている（図表14）。これは3本の取引の間で①同一のリスクファクターに対するデルタ値が正と負のものについてセンシティブティの相殺が行われること、および②リスクファクター間の相関を考慮することによるリスク削減効果が反映されることによる。

また、ここでポートフォリオの保有期間を1日とした場合には、ポートフォリオ全体のバリュアット・リスクは16.2億円の $\sqrt{\frac{1}{10}}$ 倍の5.1億円となり、信頼水準を99%（ 2.33σ ）とした場合には、 $16.2 \times \frac{2.33}{1.64} = 23.0$ 億円となる（前掲図表2参照）。

II. バリュアット・リスクの算出に関する理論的検討

バリュアット・リスク算出モデルを構築し、それを用いて実際に算出作業を行ってみると、ひと口にバリュアット・リスクと言っても多様な計算方法が存在することがわかる。本稿で取り上げたマトリックス法を採用した場合でも、バリュアット・リスクの信頼区間やポートフォリオの保有期間というパラメーターの設定はもちろんのこと、ボラティリティや相関係数の算出方法の違いにより、たとえ同じポートフォリオを対象にしても算出されるバリュアット・リスクは必ずしも一定ではない点に注意する必要がある。

以下では、バリュアット・リスクの水準を変化させる要因のうち、事前に算出の前提と結果の大小関係が予測しにくいリスクファクターのボラティリティとリスクファクターの相関の算定方法について理論的に検討する（注17）。

（図表14） バリュアット・リスク算出結果

（信頼水準：95%（ 1.64σ ）
保有期間：2週間（10営業日）
（単位 百万円）

	想定元本	VAR
取引①FRA	2,500	3.0
取引②金利スワップ	5,000	31.6
取引③スワップション	5,000	24.5
ポートフォリオ合計	12,500	16.2
（参考）		
①+②+③		59.1
$\sqrt{\text{①}^2+\text{②}^2+\text{③}^2}$		40.1

（注17） 信頼区間と保有期間もバリュアット・リスクの水準を変化させる要因であるが、マトリックス法においては、これらは事後的に調整可能であるほか、変更に伴う算出結果（バリュアット・リスク）の増減も明らかであるため、ここでは検討の対象とはしない。

1. リスクファクターのボラティリティの算定方法

バリュー・アット・リスクの算出結果に大きく影響する要因のひとつとして、リスクファクターのボラティリティの水準がある。経営者が自己の保有するポートフォリオのリスク量を把握するという目的に照らし、最も適切なリスクファクターのボラティリティの算定方法とはどのようなものか。この場合、測定されたボラティリティがリスクファクターの将来の変動を的確に予測しているかという予測精度の問題と、算出にかかるコストの問題という両面を考慮することが必要となろう。

ボラティリティの計測方法としては、大別して、過去のデータから算出されるヒストリカル・ボラティリティをそのまま用いる方法と、モデルを用いて予測を行う方法がある（注18）。以下ではヒストリカル・ボラティリティの計測方法を中心に検討する。

算出されるヒストリカル・ボラティリティの水準に影響を与える要因としては、観測期間の長さ、観測データのウェイト付けの方法、欠損データの補完方法、変動観測間隔の取り方等が挙げられる。これらの問題への対応を検討するに当たっては、以下の点に留意することが必要と考えられる。

- ① 将来の変動の参考となる情報が十分に取込まれているか。
- ② 過去に起こった特異な（将来繰り返され

る可能性の低い）情報が排除されているか。

- ③ 必要な情報が適切なウェイトで反映されているか。

(1) データ観測期間

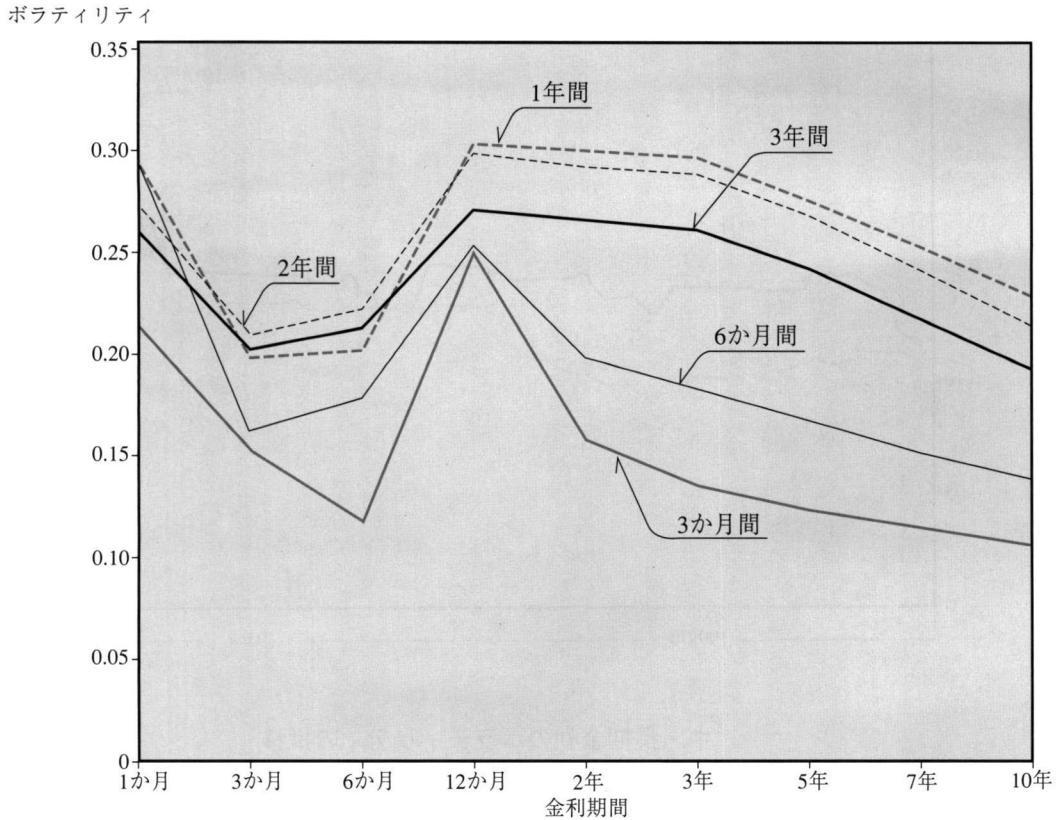
ボラティリティの水準に大きな影響を与える要因として、まずデータ観測期間の長さが挙げられる。実際に3か月～3年間の観測期間でボラティリティを算出してみると、観測期間の違いによりボラティリティの水準がかなり変化することがわかる（図表15）。データ観測期間の決定に当たっては、まずどれだけのデータが入手可能かという点が実務的に問題となると考えられるが、仮にそうした問題がない場合でも、バリュー・アット・リスク算出上どれだけの期間を観測することが適切かということを決定的するためには、あらかじめ検討を加えておくべきいくつかのポイントがある。

まず、より多くの情報を取り込もうとすれば、より長い期間を採ることが望ましいということになるが、取り込む情報が将来変動の参考とならない場合には必ずしも長い期間を採る必要はない。例えば、市場に制度変更等の構造変化があった場合には、それ以前のデータが将来の変動を予測する際に有益な情報とはならない可能性が高い。

また、適切な観測期間を決めるためには、本来は観測データを細分化し、それぞれの短期的局面の特徴をチェックするという作業が必要となる。まず特徴を捉えることができる単位期間

（注18）モデルを用いて将来のボラティリティを予測する方法としては、ARCH（Autoregressive Conditional Heteroskedasticity）/GARCH（Generalized ARCH）やStochastic Volatility Model等がある。ARCH/GARCHはボラティリティの自己回帰性を想定するモデルである。これに対し、Stochastic Volatility Modelでは、ボラティリティは過去のデータとは独立して確率的に発生する何らかのショックによって起こると仮定してモデルを構築する。

(図表15) 観測期間の違いによるボラティリティ・カーブの変化



(注) 観測期間は1994年11月から遡ったもの。

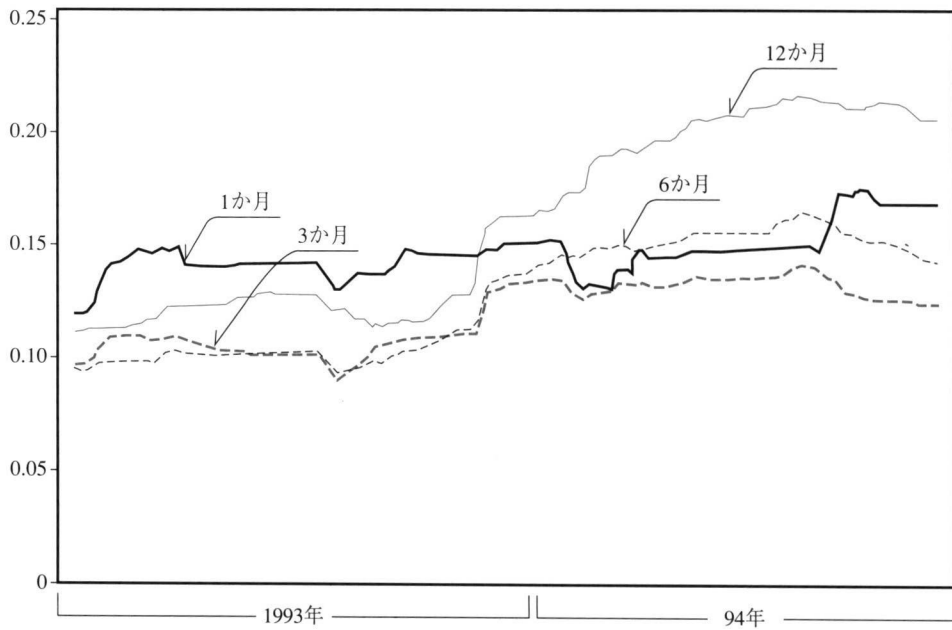
はどの程度かを確認したうえで、そうした市場の時々の特徴が今後も起こり得るものか、トレンドを持ったものか、突発的なものかということ調べ、それを基に適切な観測期間を決定することが望ましい。

例えば、1993年から94年の間の円金利のボラティリティの推移をみると、93年末か

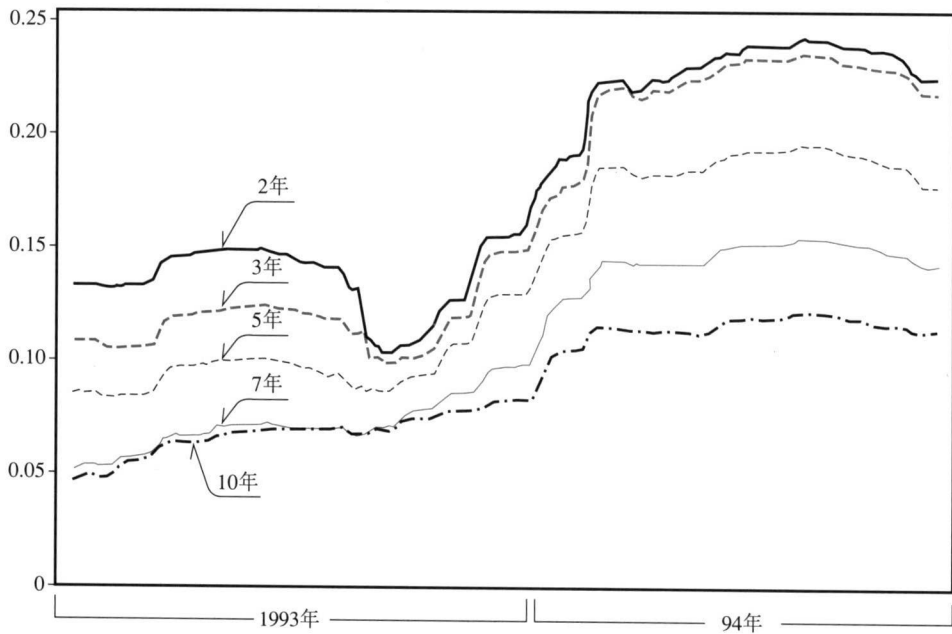
ら94年初にかけて中・長期金利のボラティリティが上昇している(後掲図表16)。仮にこうしたボラティリティの上昇が一時的なものであると判断する合理的な根拠が存在する場合には、上昇期以前のボラティリティを用いることもあり得よう(注19)。

(注19) 果たしてどの期間のボラティリティをもって将来を予測すべきかという点を判断することは非常に難しく、これはヒストリカル・データを基にリスク量を算出する方法の限界と言わざるを得ない。こうした問題を解決する方策としては、ヒストリカル・データを利用するだけでなく、将来の金利変動を説明するモデル(例えば、オプションのプライシングに用いられているタームストラクチャー・モデル)等を用いたリスク量の算定を併用することが考えられる。

(図表16) 短期金利のボラティリティの推移



中・長期金利のボラティリティの推移



(注) 変動観測期間は各時点から過去1年間。

(2) データのウエイト付け

観測データから得られる情報を利用する際の検討事項として、データのウエイト付けをどうするかという問題がある。例えば、足元のデータの動きをより強く反映したボラティリティを得るためには、直近のデータに大きなウエイトを与える形で加重平均した値を用いる方法がある。この方法は、データのジャンプをならすことが可能となるというメリットも同時に有しているが、一方で直近時点に大きなショックが発生した場合にはバリュー・アット・リスクが急激に増大するといった問題もある。このように、対象となるデータの加重平均をとってボラティリティを算出する場合には、そのウエイトの付け方の妥当性を検証することが必要となろう。

(3) 欠損データの補完

実際にボラティリティを算出するためにいくつもの時系列データを揃えてみると、多くの場合、欠損データの扱いが問題となることがわかる。欠損データの補完を行うに当たっては、①恣意性を排除すること（補完による歪みを生じさせないこと）、②市場の潜在的な動きを極力反映させること、の2点に留意する必要がある。

現在一般的に用いられている補完方法としては、以下の3つが挙げられる。

欠損時点の存在を無視する（とばす）方法

休日等によるデータの欠損はトレーディングが行われなかったことに対応するため、「ボ

ラティリティのかなりの部分はトレーディングによって発生する」(注20)という考え方に立てば、データの欠損をとばすという本方法は上記の2原則を満たすと言える。ただ、休日を挟んだデータ間（例えば金曜と月曜）のボラティリティの方が挟まない場合（同木曜と金曜）よりも高いという分析結果もあり、これによれば、欠損時点の存在を完全に無視することは原則②（市場の潜在的な動きを反映する）の観点から問題が残るとも言える。また、同方法を用いて異なる市場のデータの相関をみる場合には、欠損データをとばすことに伴って両者の時点のずれが発生するため、何らかの調整を行う必要がある。

欠損時点の直前および直後のデータを用いて補完する方法

データ補完の方法として、直前のデータそのまま用いるという方法がある。本方法は原則①（恣意性の排除）には沿うものの、原則②に抵触する可能性が高い。この点を改善するためには、直後のデータの情報も採り入れ、両者間を単純につなぐ（線形補間する）といった方法が考えられる(注21)。

他のデータを用いて補完する方法

オープンしている他市場のデータから、両者間の相関を用いて補完するという方法もある。本方法は入手可能な市場情報を最大限に活用するという面で優れていると考えられる

(注20) K. French and R. Roll, "Stock return variances: the arrival of information and the reaction of traders," *Journal of Financial Economics*, Vol. 17 (September 1986), pp.5~26.

(注21) 欠損時点の情報に曜日効果を反映させる方法としては、休日ダミーを取り込んだモデルを構築する方法が考えられる。また、単純な線形補間に変わる方法としては、カルマンフィルター等を用いることも有効と考えられる。

ものの、原則①に抵触する可能性があり、これを排除するためには、まず両市場間の相関の安定性を十分に検証する必要がある。

(4) 特異値の取り扱い

特異値については、本来個々の値の性格を調べたうえで観測データに含めるかどうか判断することが望ましい。特異値であっても、将来同様の変動が再び起こり得ると考えられる場合にはその情報を含めて予測を行うべきであり、また、逆に将来発生する可能性が低い場合にはこれを除去することが適当と考えられる。過去に発生した極端な価格変動に注目してリスクを予測する手法は、特にショック発生時を想定したリスク評価手法（いわゆるストレス・テスト）において採用されることがある。このように、特異値の持つ情報についても分析目的によっては積極的に役立てていく余地がある。

(5) 変動観測間隔

実際にボラティリティ算出作業を行う中で留意すべき点のひとつに、変動観測間隔の設定問題が挙げられる。いま日次のボラティリティを σ_1 、 n 日間隔で観測したボラティリティを σ_n とすれば、一定の仮定の下で、

$$\sigma_n = \sqrt{n} \times \sigma_1$$

という関係が成り立つ（注22）。この場合、 \sqrt{n} で調整した n 日間隔のボラティリティは一定のはずであるが、実際に我々が用いた9期間の

円金利データに関してこの点を調べてみると、変動観測間隔の採り方次第でボラティリティ水準が大きく異なることが明らかになった（図表17）。

リスク量算定上適切な変動観測間隔を決定するためには、別途設定するポートフォリオ保有期間との整合性の問題についても検討しておく必要がある。概念的には、ポートフォリオの保有期間は商品ごとの取引の実情や市場の流動性を反映して設定すべきと考えられ、それと同じ間隔でボラティリティも観測することが望ましい。ただ、実際に商品別にモデル上適切な保有期間を設定し、それぞれのリスクファクターのボラティリティもそれに応じて変動の観測間隔を変えて測定するというのは、非常に繁雑であり実務上現実的でないという問題がある。また、仮に保有期間と変動の観測間隔の整合性を厳密に確保しようとするれば、イントラデイ（日中）データのボラティリティを算出することが必要となるが、こうしたデータを過去に遡って用意することは難しいといった問題も存在する。この点については、ポートフォリオの流動性リスク（Liquidity Risk）をどう評価するかという点とも関係する問題であるため、今後実務上対応可能な具体策の検討が進むことが期待される。

(6) データのサンプリング方法

ヒストリカル・データを用いてボラティリティを算出する場合には、データ数の確保とサンプ

（注22）日々の金利変動が互いに独立の確率変数（ X_1, X_2, \dots, X_n ）に従い、かつその分布が同一であると仮定する。

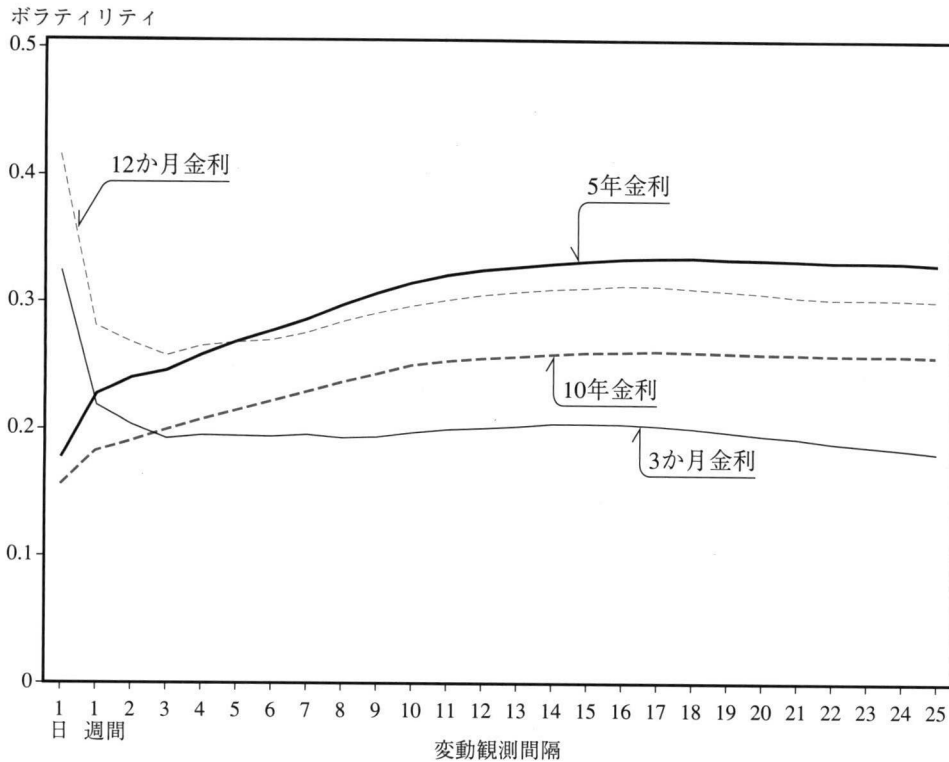
いま確率変数 X の分散を $V(X)$ で表すとすると、

$$V(X_1) = V(X_2) = \dots = V(X_n) = \sigma^2、$$

$$V(X_1 + X_2 + \dots + X_n) = V(X_1) + V(X_2) + \dots + V(X_n) = n\sigma^2$$

の関係が成立する。この場合、金利のボラティリティについて本文中の式が成り立つ。

(図表17) 変動観測間隔とボラティリティ



(注) ボラティリティはすべて年率換算後のデータ。

ルデータ間の自己相関という対立する問題が指摘されることが多い。変動データのサンプリングの手法としては、一般的に以下の3つの方法が用いられている（後掲図表18）。

Moving-windows /Overlapping 法

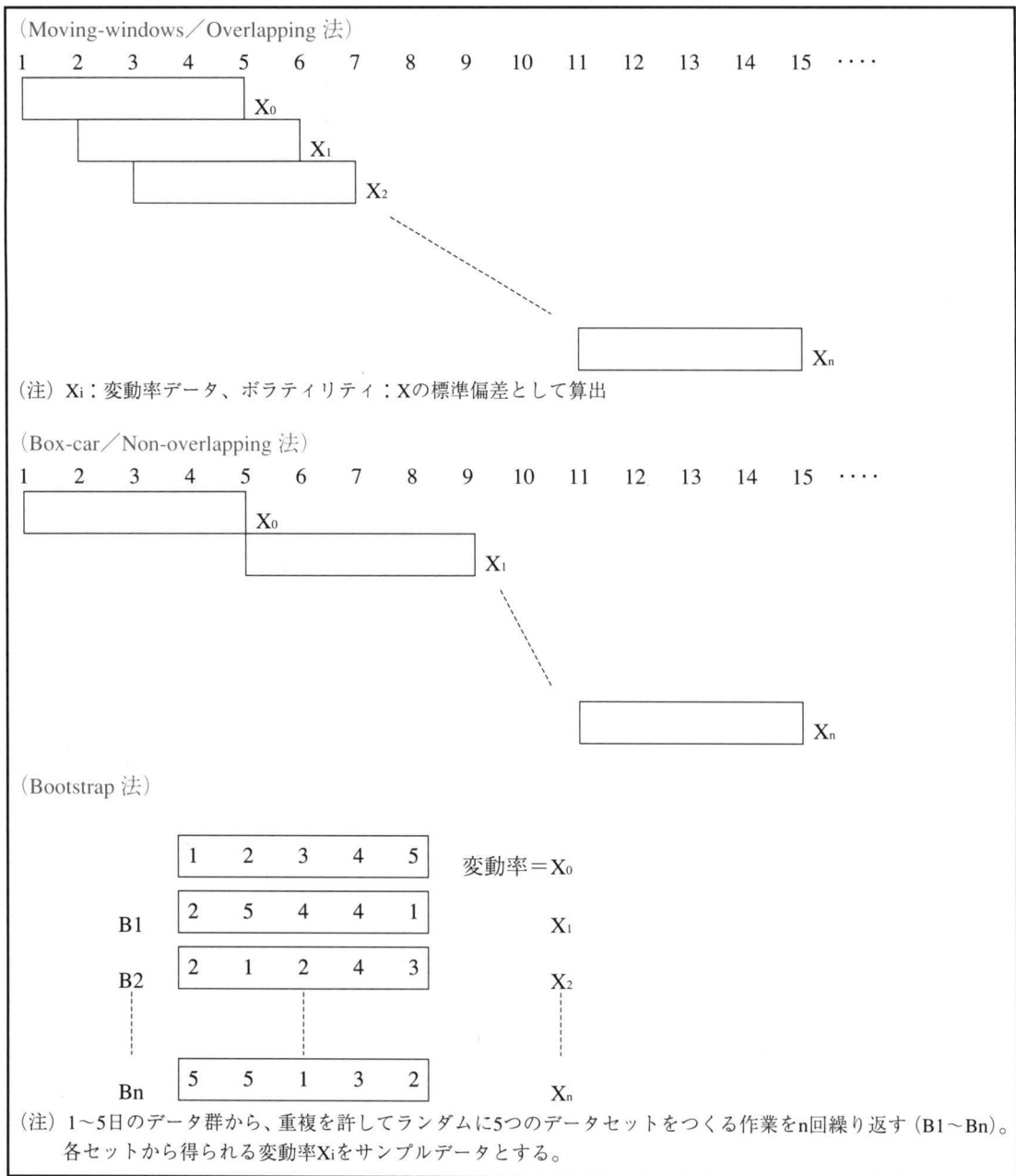
これは、変動を観測するための始点を1日ずつずらしてデータをサンプリングしていく方法であり、仮に5日間ごとの変動データを本方法によって採っていくと、最初のデータと次のデータの間には4日間の情報の重なりが生ずることとなる。本方法には、少ない観測データを有効に活用できるというメリットがある反面、ボラティリティを算出する対象と

なる変動率の時系列データに強い自己相関が発生するという問題を有している。

Box-car /Non-overlapping 法

Moving-Windows法における自己相関の問題を緩和する方法として、変動を観測するデータ群を重複させないBox-car法が用いられることがある。ただ本方法では、十分な変動率データを揃えるためにかかなり長期にわたる原データを用意する必要があるほか、データ観測開始時点（例えば月曜日か火曜日か等）をどのように定めるかという点に恣意性が入り得る点には留意する必要がある。

(図表18) ボラティリティ算出のためのデータ・サンプリング手法



Bootstrap 法

Bootstrap法とは、ノンパラメトリックな統計的推定等を行う場合に用いられる標本からのサンプリング手法のひとつであり、特定の

標本分布型を仮定することなくサンプリングを行うことができるというメリットを持つ。本方法によれば、少ない原データからでも必要なデータ数を確保することができる。一方

で本方法は、原データ間の無相関を前提とした場合に適用可能なものであるため、これを用いる際にはこの点の妥当性について検討を加える必要がある。

過去の市場データから本方法を用いてボラティリティを算出する具体的な方法としては、まず必要な数の原データ群（1週間分もしくは1か月分等、他の手法で言う変動観測間隔のデータ数に相当）を抽出する。その後、これらの中から重複を許してランダムに同数のデータ群を抽出し、抽出されたデータ群から変動率データ（週次もしくは月次変動率等に相当）を計算するという作業を何回か繰り返すことにより、必要な変動率データが得られることとなる。

(7) インプライド・ボラティリティを用いた予測手法

実際に現場でバリュー・アット・リスクを算出する際には、オプション市場で観察されるインプライド・ボラティリティを用いる場合があるとされている。ただ、オプション市場が十分な厚みを持っていない場合には、インプライド・ボラティリティの信頼性に問題が残る。また、仮に十分に信頼性の高いインプライド・ボラティリティ・データが入手できたとしても、バリュー・アット・リスク算出上必要となる共分散データについては、異なるリスクファクターを原資産とする商品の市場に十分な厚みがないことから、信頼性の高いインプライド・データを市場から入手することが非常に難しく、この部分についてはいずれにしてもヒストリカル・

データを使わざるを得ないという問題がある。

2. リスクファクター間の相関の算定方法

バリュー・アット・リスクの算出結果に影響を与えるもうひとつの重要な要因として、リスクファクター間の相関をどのように認識し、またリスク量算出上どこまでこれを反映させるかという問題がある。

ここでの基本的な問題意識は、ボラティリティの算定方法に関する議論と同様、経営指標としてポートフォリオのリスク量を把握するという目的に照らし、最も適切なリスクファクター間の相関の算定方法とはどのようなものかというものである。リスク量の算定に当たっては、十分な保守性を確保するのみならず、資本活用の効率性の向上を目指すという視点も重要となろう。後者の観点からは、十分合理的な根拠がある範囲で、相関を考慮していくことが重要であると考えられる。

(1) 相関を考慮する際の前提

リスクファクター間の相関を考慮する、すなわち、リスク量を合算するためにヒストリカルに測定された相関係数を基にその削減を認めるか否かを判断する場合には、①対象となる相関の安定性と、②対象となるポートフォリオのオペレーションに係る判断の統一性、という2点について十分に検討することが必要である。

まず相関の安定性については、算出されるバリュー・アット・リスクを経営指標として使用

する以上、対象となる相関係数の安定性が十分にチェックされる必要がある(注23)。ただ、相関の安定性の度合いを厳密に検証することは技術面およびデータ面からもコストが嵩むこと^{かさ}から、実際には、相関が不安定である可能性にも留意して、単純合算ベースの数字もリスク指標として併用するケースも多い。

またオペレーションに係る判断の統一性については、対象ポートフォリオを管理している部門内にアービトラージ・セクションが存在しているか、もしくは対象取引相互がヘッジツールとして機能しているか、という点が検討のポイントとなる。すなわち、取引を行う際に、対象ポートフォリオ内で相関を考慮したポジショニングが行われている場合には、結果として生ずるリスク量算定上も相関が反映されるべきと言える。また、実務上のオペレーショナルな相関を考える際には、判断体制の統一性と言うよりも、むしろ市場の流動性が高く、ヘッジ手段として用いられるものとの相関を反映させるべきと考えることもできる。実務上の対応としては、例えば、各ビジネスユニットにおいて個別のリスク量を算出し、統括部門において、それらを単純合算した数字と判断体制上の相関を考慮した数字の両方を算出するという方法が考えら

れる。

以上のことをまとめると、対象となるリスクファクター間の相関が十分に安定的と判断される場合には、資本効率性の観点から、基本的には相関を考慮してリスク量を算定することが適当と考えられる。ただし、その場合でも、仮に対象となるポートフォリオ間のオペレーションに係る判断が統一的に行われていない場合には、相関が崩れた際の対応能力等の面で問題があるため、ヒストリカルな相関を持ってリスク量を少なく見積もることは保守性の観点から望ましくないと考えることもできる。これらの関係は下表のように整理される。なお、表中、左下の相関を考慮しないとされている部分(中間シャドー部分)については、実際には、判断の統一性の程度に応じて、「一律単純合算」から「一部削減」まで、多様な対応があり得よう。

(2) 相関を考慮する範囲

相関の安定性とオペレーションに係る判断の統一性についての前提を念頭に置いたうえで、リスク量算出上、具体的に相関を考慮する範囲を考えてみると、特に以下のような点について検討する必要がある。

相関を考慮する際の前提

	相関が安定している	相関が安定していない
判断が統一されている	相関を考慮する	相関を考慮しない
判断が統一されていない	相関を考慮しない	相関を考慮しない

(注23) 相関の安定性を検証する手法としては、例えば「Z変換」によって得られた平均=0、標準偏差=1に標準化された確率変数を用いて、ベンチマークとなる相関係数との大小関係(「等しい」もしくは「有意に大きい」等)をチェックする方法がある。

① 株価・金利・為替レート等の中の相関（図表19）

株価、金利、為替レート等の中の相関はリスク量算定上考慮されないことが多く、その場合、それぞれの中のリスクファクター間（例えば長期金利と短期金利等）の相関のみを考慮した数字を単純合算する方法が採られる。この理由として、例えば、同一通貨の金利間の相関等と比較して、株式・為替・金利等の取引が相互に関連なく独立して行われている場合や、その変数間の相関係数が不安定である場合が多いということが指摘できる。ただ、これらの点についても、取引に関する判断が統一され、なおかつ2つのリスクファクターの変動が特定の関係を持って推移することが見通されるケース等においては、資本効率性の観点からこれらの相関を考慮していくことも可能となるであろう。

② 同一通貨内の期間金利間の相関

実際にある時点の円金利について、9つの期間金利の相関を測定してみると、3年以上

の金利間の相関は概ね80%を超える高い相関を示していることがわかる（前掲図表12参照）。こうした相関が安定的に推移すると仮定した場合、リスクファクターはいくつと考えるのが適当であろうか。

同一通貨内のひとつの金利（例えばスワップレート）の中のリスクファクターをどのように認識するかという点については、大別して2つの考え方が存在する。ひとつは将来変動する可能性のあるすべてのイールドカーブ上のポイントをリスクファクターとして対等に認識すべきという考え方である。もうひとつの考え方は、各市場における主要な期間成分を抽出し、これをリスクファクターとして認識すべきというものである。

前者の考え方では、イールドカーブを1か月単位等に細分化し、それぞれのフォワードレートもしくはゼロクーポン・イールドをリスクファクターとして認識して相関マトリックスを作成する。本方法によれば、バリュー・アット・リスク算出の際に全リスクファクターを取り込んだ大マトリックスを作成すること

（図表19） 金利・株価・為替レートの相関マトリックス
（データ観測期間：3年間（92年1月～94年12月））
（変動観測間隔：2週間（Moving-Windows法））

	3か月Libor	2年Swap	10年Swap	10年JGB	日経平均	円/ドル
3か月Libor	1.000	0.446	0.437	0.389	0.097	0.122
2年Swap	0.446	1.000	0.771	0.716	0.443	0.100
10年Swap	0.437	0.771	1.000	0.906	0.388	0.125
10年JGB	0.389	0.716	0.906	1.000	0.415	0.099
日経平均	0.097	0.443	0.388	0.415	1.000	0.032
円/ドル	0.122	0.100	0.125	0.099	0.032	1.000

が必要となる一方、同一成分であるものは結果として相関係数は1に近くなるわけであるから、主要な成分の抽出作業を行う必要がないこととなる。

③同一通貨内の異種金利間の相関

同一通貨内の多種類の金利をリスクファクターとしてどのように認識すべきかという点についても、基本的には金利の期間成分の議論と同様、2通りの考え方が存在する。第1には、主要な成分を抽出したうえでそれら以外の金利変動部分についてはベース・リスクとして捉えリスク量に上乘せ（アドオン）するという考え方であり、第2には将来変動する可能性のあるものをすべてリスクファクターとして対等に扱う、すなわちベース・リスクに相当する部分は、それらの間の相関として認識するという考え方である。前者の方法を採る場合には、例えば、各通貨ごとに国債金利をベースレートとしてバリュエーション・アット・リスク算定上のリスクファクターとして認識し、それ以外の種々の金利と国債金利との間のベース・リスクを別途測定する（注24）という作業を行うことになる。

④マーケット・リスク・ファクターと信用リスク・ファクターとの相関

市場価格の変動に伴って発生するマーケッ

ト・リスクと取引相手の信用度の変化に伴って発生する信用リスクについては、現状では、別々に算定される場合が多い。この背景としては、与信管理部門と市場リスク管理部門が分離されている先が多いことや、相関の安定性を検証するためのデータ整備等、コスト面の問題が挙げられる。ただ、これらのリスクファクターについても、例えば、株価や金利等の市場価格の変動とデフォルト確率との間の相関を考慮すること等により、両方のリスク量を統合して把握することも可能になると考えられる。

(3) 相関の安定性

リスク算定上相関を考慮すべき適切な範囲および削減割合を決定するためには、リスクファクター間の相関の安定性を十分チェックすることが必要となる。実際に過去2年間の円金利間の相関係数の動きをみると、特に短期金利同士および短期金利と中・長期金利との間の相関が不安定であることがわかる（注25）（後掲図表20）。

相関の変化に伴うバリュエーション・アット・リスクの変動は大きいため、ボラティリティにおける議論と同様、相関についても何らかの方法で合理的な予測を行う必要がある。その方策のひとつとして、実際に取引されている複数の原資産価格に基づいて将来の受け払いが定まるタイプの複合型デリバティブ商品（コリレーション・

（注24）ベース・リスクの算定を行うためには金利の差であるベースの変動について何らかの仮定を置く必要がある。この際、ベースの変動に関する仮定と金利リスク算定上前提とされている各金利の変動についての対数正規分布の仮定との整合性の問題には、留意する必要がある。

（注25）こうした相関の変動に伴うリスク（Correlation risk）の存在は、近年「コリレーション・プロダクツ（Correlation products）」と呼ばれる複数の原資産価格に基づいて将来の受け払いが定まるタイプの複合型デリバティブ商品が取引されるようになってきたこともあり、市場でも徐々に認識されてきている。

プロダクツ)のインプライド・コリレーションを把握する方法が考えられるが、現段階では信頼性の高いデータが市場で入手可能な状況にはなっていないため、何らかの理論値もしくはヒストリカル・データを用いて評価せざるを得ないのが実情と言われている(注26)。

リスク量算定上相関をどのように考慮するかという問題を考える際には、実際にプライシングを行う際にどのような相関を仮定しているかという点も考えに入れる必要がある(注27)。取引の現場において用いられているプライシング・モデルでは、短期および長期金利の動き等に関し多様な仮定が用いられており、そこで用いられている相関に関する仮定とリスク管理上用いられる相関に関する考え方は、本来、整合的であることが望ましい。すなわち、例えば、金利オプションプライシングにあるモデルを用いている銀行が、そのモデルがもつ金利変動に関する仮定をバリュエーション・アット・リスク算出の際に採用することが可能か、といった点について検討することが必要となる。ただし、プライシング目的とリスク管理目的では、求められる計算精度や速度が異なるため、両者に全く同一のモデルを用いることは現実的とは言えないこともあり得る。そういう場合には、両者の整合性を保つために、例えば、プライシング・モデルのフレームワークとある程度整合的な「リスク管理のための評価モデル」を別途用意するといった方法を採用することも考えられる。

III. リスク／リターン・シミュレーション

バリュエーション・アット・リスクは、ポートフォリオの価値を変動させている主要なリスクファクターは何か、将来の市場価格の変動をどのように予想するか、といった各主体のリスク管理に対する基本的考え方を反映したひとつのリスク指標である。そこで、バリュエーション・アット・リスクを活用していくためには、得られたリスク量と実際に発生した損失額との関係を検証し、基本的考え方の妥当性をチェックすることも必要になる。事前に予測されたリスクと実現されたポートフォリオの価値変動をフォローすることによって、前もって用意したリスクに対する基本構想をより現実的なものに修正することが可能となる。また、そうして得られたリスク量と実際に発生した損失額とを比較すれば、リスクとリターンの相対的な関係を知ることができるし、リスク管理がどの程度うまく行われているかといったことを示すひとつの指標ともなる。

以下では、前章でバリュエーション・アット・リスクを算出する際に用いたモデルを拡張し、事前に予想されたリスク量と実現された損益額の比較を行ったシミュレーションの一例を紹介する。

1. シミュレーションの概要

本稿で紹介するシミュレーションは、事前に算出されたバリュエーション・アット・リスクと実際に

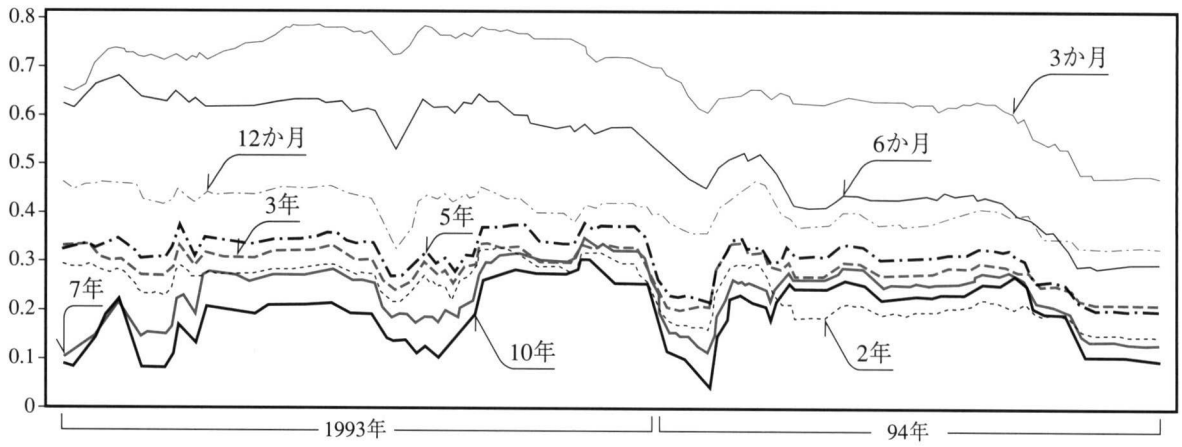
(注26) ボラティリティと同様、相関についても理論的には多変数型のARCH/GARCHもしくはStochastic Volatility Model等のモデルを用いて将来の予測を行うことが可能である。ただ、こうしたモデルの構築には非常に膨大なパラメーター推定作業が必要となるため、あまり現実的でないとの指摘もある。

(注27) リスク管理上のボラティリティの取り扱いに関しても、同様の問題が存在する。

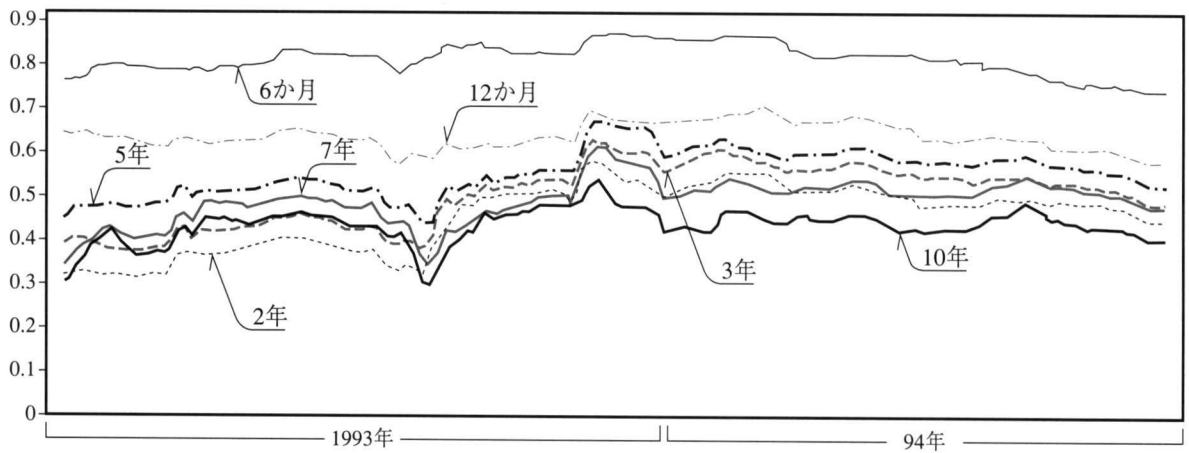
(図表20)

金利間の

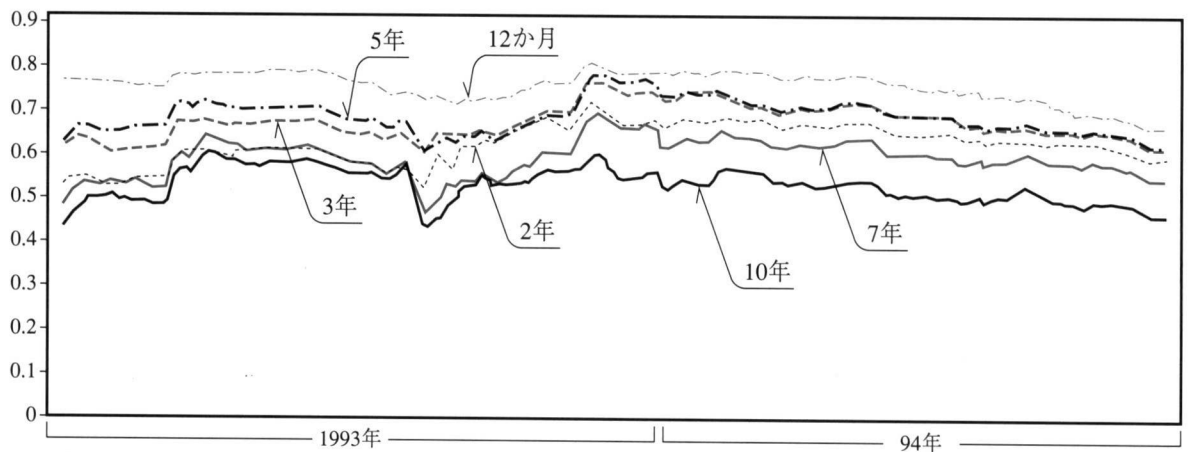
対1か月金利



対3か月金利

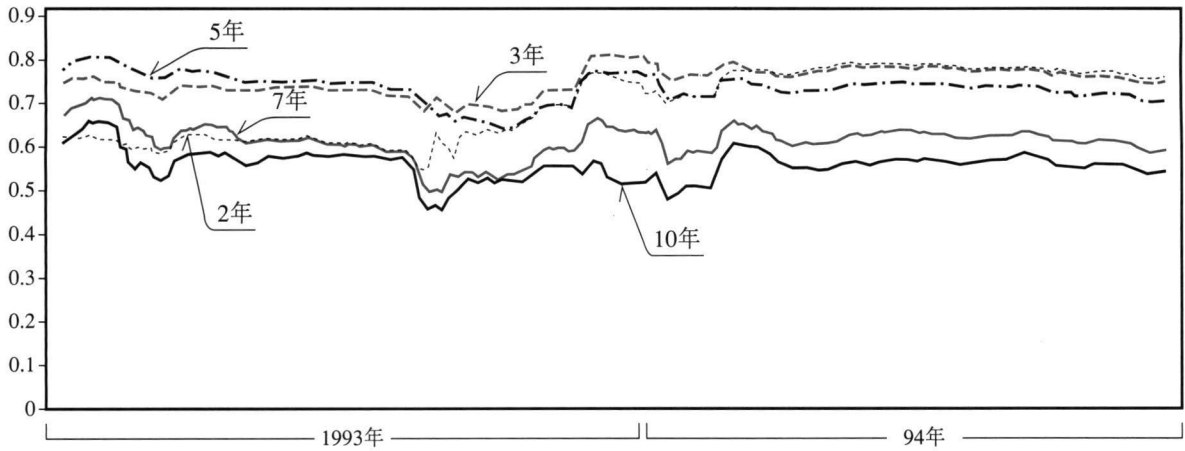


対6か月金利

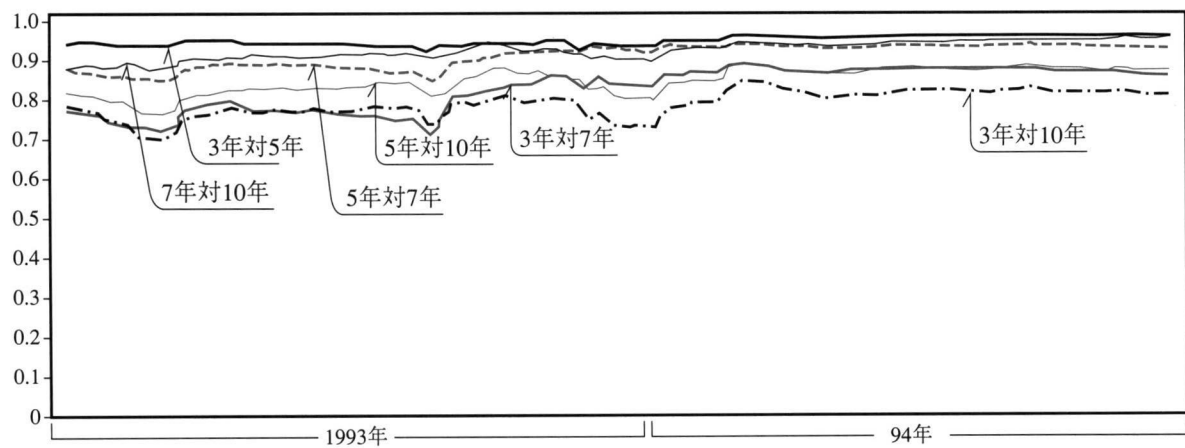
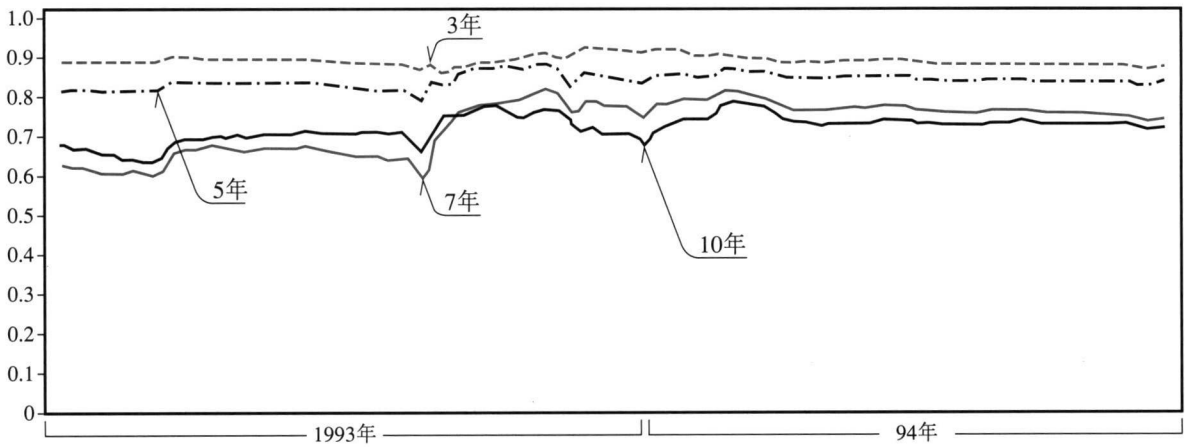


相関の推移

対1年金利



対2年金利



発生したポートフォリオ価値の変動データを比較することにより、バリュエーション・アット・リスクの信頼性を検証しようとするものである(注28)。ここでは、ある仮想ポートフォリオと実際のヒストリカル・データを用いて、第I章で用いたモデルにより算出されるバリュエーション・アット・リスクと実現損失額との比較シミュレーションを行った。

バリュエーション・アット・リスクを算出する際には、一般に市場価格変動、ポートフォリオ構成、およびポートフォリオ価値の変動について多様な仮定が採用されている。すなわちポートフォリオ保有期間中、ポートフォリオの変更は行われないこと、リスクファクターのボラティリティおよび相関係数が一定であること、また、ボラティリティ・相関係数の算出の際には過去の時系列データの変動が独立な確率過程に従うという仮定が置かれている。また、ポートフォリオ価値の将来変動については、トレンドの存在を無視しているほか、ここで用いたマトリックス法においては、変動が線形近似されている。これらの仮定の下で算出されたバリュエーション・アット・リスクと実際に発生したポートフォリオ価値の変動を比較することにより、これらの仮定の妥当性をチェックすることが可能となる。ただし、このシミュレーションでは観測期間中、ポートフォリオの変更は行われないこととしたため、主に市場価格の変動に関する仮定の妥当

性が検証対象となっている。

なお、本稿で用いた方法は、モデルの過去のパフォーマンスをチェックし、その現実適合性を把握しようとするものであり、これを当該モデルが前提としている信頼水準でリスク量が算出されているかどうかを検証する目的で用いるには、いくつかの限界があることに留意する必要がある。まず第1に、信頼水準99%のバリュエーション・アット・リスクを算出するに当たっては、各時点の金利変動が独立という仮定を置いているが、現実には連続する各時点における市場価格の変動は必ずしも独立な確率過程に従っているわけではないと考えられる。したがって、信頼水準99%で算出されたバリュエーション・アット・リスクと、歴史的な連続する100時点を観測したとき1回程度信頼水準をはずれる損失が発生するリスク量とは同じではない。第2に、本稿の手法は統計的に必ずしも強い検定力を持っていないということが指摘できる。例えば、100日のバリュエーション・アット・リスクについてシミュレーションを行った結果、バリュエーション・アット・リスクを上回る損失が2回以上発生したとしても、バリュエーション・アット・リスクが信頼水準99%で算出されている確率は26%に達する(注29)。また、こうした誤りを避けるため、仮にバリュエーション・アット・リスクを上回る損失の発生を100回中3回まで許した場合には、今度は逆にもっと低い信頼水準でバリュエーション・ア

(注28) こうしたシミュレーションにより表現されるリスク管理のパフォーマンスをディスクロージャーの対象としよ
うという考え方は、先般発表されたBISフィッシャー報告でも紹介された(「Public Disclosure of Market and
Credit Risks by Financial Intermediaries」BIS Euro-currency Standing Committee, 1994年9月)。

(注29) 統計学における「第1種の過誤」を犯す確率。この場合は、バリュエーション・アット・リスクが99%の信頼水準で
正しく算出されているにもかかわらず、1%以上それを上回る損失が発生してしまうことにより、信頼水準が99%
でないと判断してしまう確率を表す。

ト・リスクを算出している、それを見逃してしまう危険が高まってしまう(注30)。

(シミュレーションの具体的枠組み)

対象ポートフォリオ

円金利関連取引40本からなるポートフォリオを想定。ポートフォリオに含まれている取引種類は、金利先物、FRA、金利スワップ、スワップションの4種類(図表21)。

(図表21) シミュレーション対象
ポートフォリオ
(単位 本、億円)

	取引本数	想定元本	取引1本当たり 平均想定元本
金利先物	8	688	86
F R A	4	90	22.5
金利スワップ	22	1,965	89.3
スワップション	6	675	112.5
合計	40	3,418	85.5

シミュレーション実施期間

1993～94年の2年間について、対象ポートフォリオのバリュアット・リスクおよび実現損失額を計測。ただし、この間ポートフォリオは不変(取引約定内容および残存期間は一定)。

バリュアット・リスク算出方法

信頼水準：95% (1.64σ)

保有期間：2週間 (10営業日)

ボラティリティおよび相関係数算出方法

計算頻度：日次、半年ごと

データ観測期間：各計算時点から過去1年間

データのウェイト付け：単純平均

欠損データの処理：欠損時点前後のデータを線形補間

特異値の扱い：観測期間中のすべてのデータを観測対象とする。

変動観測間隔：2週間 (10営業日)

データサンプリング方法：Moving-Windows法

相関係数：ヒストリカルデータから算出された係数、無相関(相関係数がすべて0)、単純合算(相関係数がすべて+1もしくは-1<ポジションにより不利になる方を採用>)

実現損失額算出方法

計算頻度：日次

変動観測間隔：各計算時点および2週間後のポートフォリオ時価を計算し、その減少額を実現損失額として認識。

(注30) 例えば、「99%の信頼水準でバリュアット・リスクを算出している」という帰無仮説に対して、「95%の信頼水準で算出している」という対立仮説を設定する。仮に100回中3回までバリュアット・リスクを上回る損失の発生を許して帰無仮説を採択するとした場合、第1種の過誤の確率は2%に抑えられるものの、「対立する仮説が正しいとき、その正しい対立仮説を採択しない」(この場合で言えば、例えば「実は95%の信頼水準でバリュアット・リスクが算出されているにもかかわらず、99%で算出されていると判断してしまう」) 過誤(第2種の過誤)を犯す確率は25%を上回ってしまう。

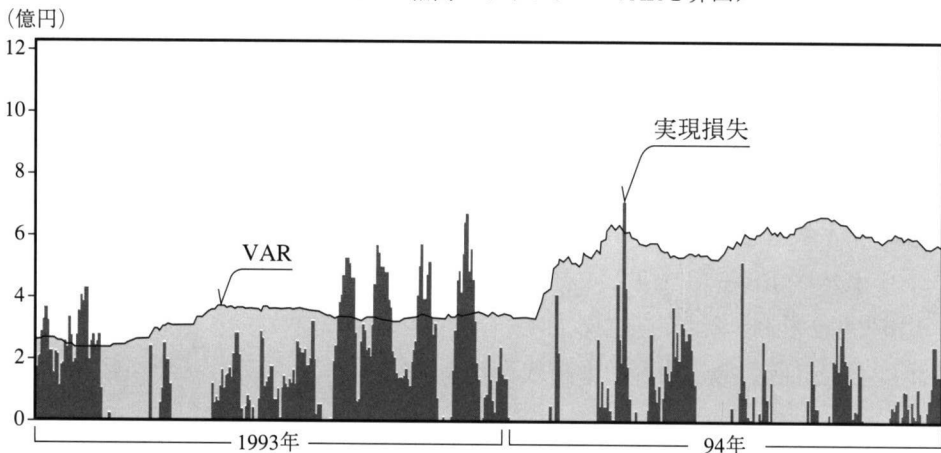
2. シミュレーション結果

(1) ボラティリティおよび相関係数を日々計算し直した場合

まず、ボラティリティと相関係数を日々算出し直した場合についてシミュレーションを行ったところ、観測期間2年間（データ数474個）のうち51時点でバリュースコア・アット・リスクを超える損失が発生した（図表22）。これは全データ数の約10%に相当し、バリュースコア・アット・リスク算出の際に置かれている仮定が正しい場合に予想される発生頻度（この場合5%程度）を上回っている（注31）。

シミュレーション対象期間中、バリュースコア・アット・リスクを上回る損失が集中して発生した93年8月～11月について詳しくみると、93年8月末時点でバリュースコア・アット・リスク算出上用いている相関係数（ヒストリカルデータから算出された相関係数）と比べ、この期間中のリスクファクター間の相関係数が1か月金利と他期間金利との相関を中心に大幅に低下していることがわかる（図表23）。また、特に11月後半にかけて、バリュースコア・アット・リスク算出上用いられている予想変動率（ヒストリカルデータから算出されたボラティリティ）を上回るリスクファクターの変動が発生してい

(図表22) リスク/リターン・シミュレーション
 （過去1年間のヒストリカルデータを用いて日々ボラティリティ・相関マトリックス・VARを算出）



(注31) 言うまでもなく本シミュレーション結果はリスク指標としてのバリュースコア・アット・リスクの一般的な有用性を否定するものではない。ちなみにシミュレーション結果をやや子細にみると、94年入り後は観測時点237日に対し、実現損失額がバリュースコア・アット・リスクを上回ったのは僅か1日にとどまっている。また、今回のシミュレーションでは対象期間中ポジション一定と仮定したため、金利低下局面における損失の発生が長期間にわたって継続する結果となっているが、現実にはこうした状況においては通常ポジション調整が行われるため、その場合にはバリュースコア・アット・リスクを超える損失の発生頻度はここで示されたものよりかなり小さくなるものと考えられる。

る（後掲図表24）。これらの要因のほかに、バリュー・アット・リスク算出過程においてポートフォリオ価値の変動額を計算する際に織り込まれていない金利水準のトレンド的变化（長期間にわたる低下）がこの間に発生していたことも指摘できる。このようにリスクファクターの変動および相関等、リスク量算定上想定している市場環境変化シナリオから乖離した変動が発生した場合には、実現損失額がバリュー・アット・リスクを上回る。

(2) ボラティリティおよび相関係数を半年ごとに計算した場合
次に、半年ごとにボラティリティおよび相関

係数を計算した場合のバリュー・アット・リスクと実現損益の比較を行ったところ、バリュー・アット・リスクを上回る損失が474回中53回発生した（後掲図表25）。この発生頻度は(1)のケース（51回）とほとんど変わらないという結果となったが、詳細にみると、94年上半期においてバリュー・アット・リスクを上回る損失発生回数が増加している（1回→6回）。この原因としては、ボラティリティおよび相関係数を半年ごとにしか計算し直さないために、93年末から94年初にかけてのリスクファクターのボラティリティの急激な上昇（前掲図表16参照）をリスク予測に反映させることができなかったことが指摘できる。

(図表23) 1993年8～11月のリスクファクター間の相関

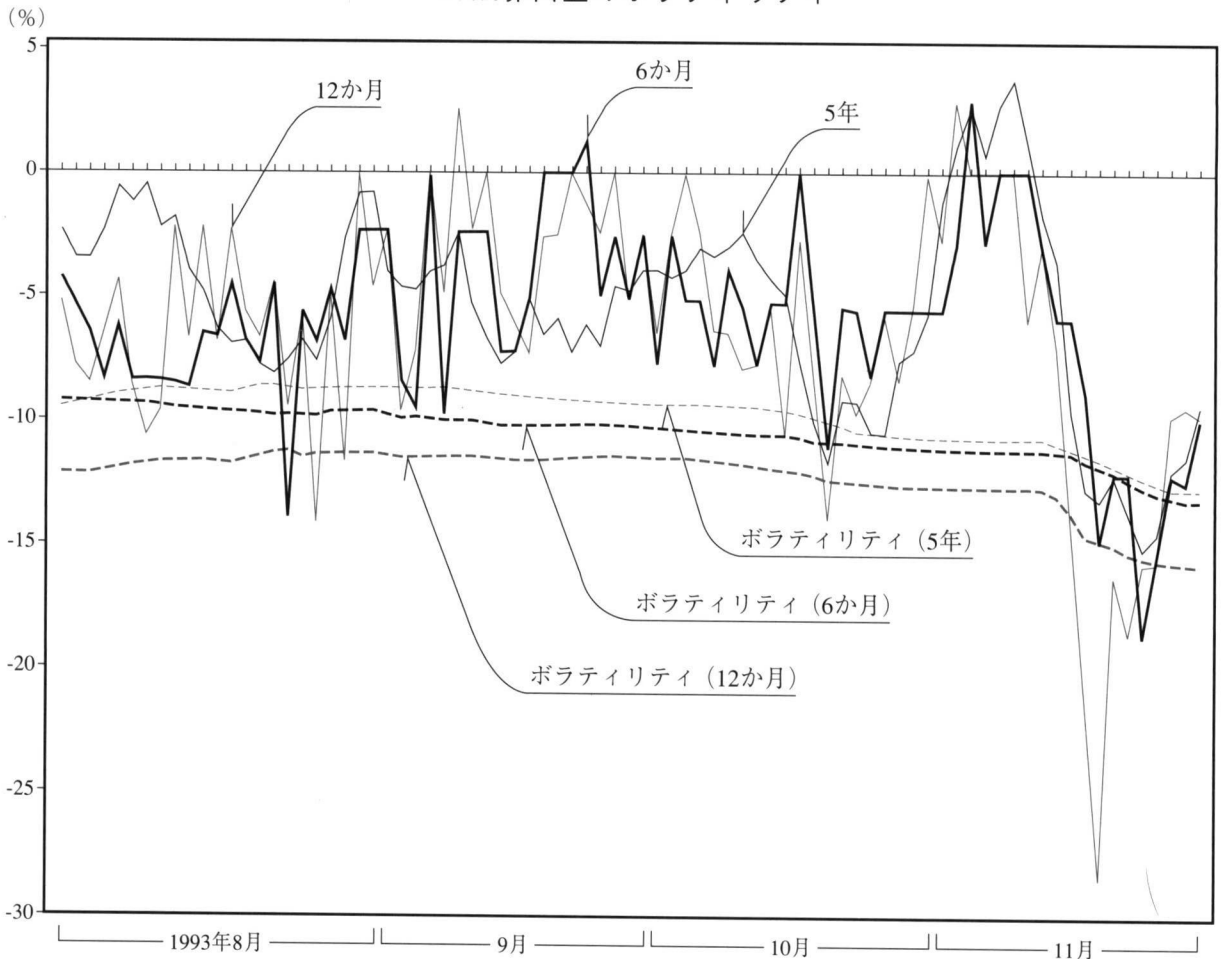
	1か月	3か月	6か月	12か月	2年	3年	5年	7年	10年
1か月	1.000	0.469	0.233	0.179	△0.133	△0.065	0.073	0.088	0.100
3か月	0.469	1.000	0.783	0.599	0.209	0.441	0.547	0.451	0.253
6か月	0.233	0.783	1.000	0.749	0.384	0.566	0.604	0.449	0.170
12か月	0.179	0.599	0.749	1.000	0.637	0.727	0.638	0.478	0.189
2年	△0.133	0.209	0.384	0.637	1.000	0.856	0.596	0.494	0.277
3年	△0.065	0.441	0.566	0.727	0.856	1.000	0.850	0.732	0.478
5年	0.073	0.547	0.604	0.638	0.596	0.850	1.000	0.929	0.677
7年	0.088	0.451	0.449	0.478	0.494	0.732	0.929	1.000	0.790
10年	0.100	0.253	0.170	0.189	0.277	0.478	0.677	0.790	1.000

1993年8月末のリスクファクター間の相関

	1か月	3か月	6か月	12か月	2年	3年	5年	7年	10年
1か月	1.000	0.770	0.615	0.429	0.239	0.263	0.287	0.198	0.143
3か月	0.770	1.000	0.843	0.615	0.460	0.483	0.514	0.424	0.396
6か月	0.615	0.843	1.000	0.719	0.590	0.634	0.630	0.533	0.507
12か月	0.429	0.615	0.719	1.000	0.607	0.686	0.660	0.538	0.507
2年	0.239	0.460	0.590	0.607	1.000	0.885	0.856	0.763	0.761
3年	0.263	0.483	0.634	0.686	0.885	1.000	0.942	0.817	0.799
5年	0.287	0.514	0.630	0.660	0.856	0.942	1.000	0.907	0.861
7年	0.198	0.424	0.533	0.538	0.763	0.817	0.907	1.000	0.929
10年	0.143	0.396	0.507	0.507	0.761	0.799	0.861	0.929	1.000

(図表24)

リスクファクターの実際の変動と
VAR算出上のボラティリティ

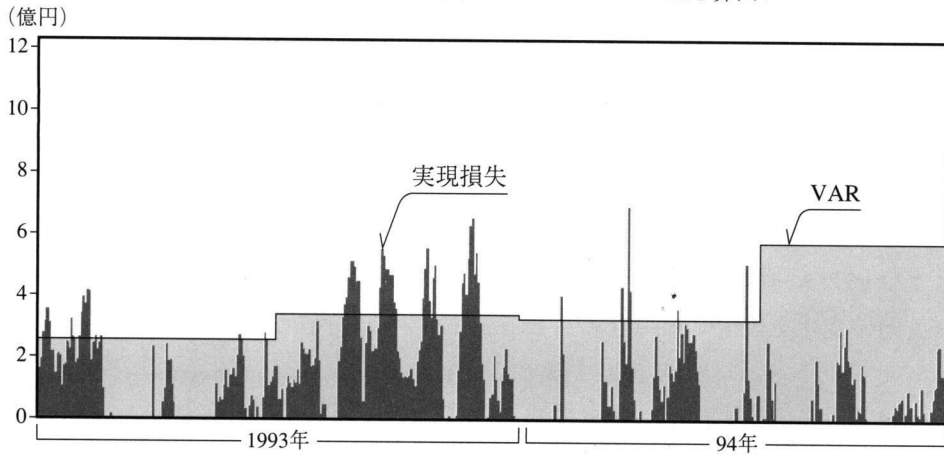


(3) リスクファクター間のヒストリカルな相関を考慮しない場合

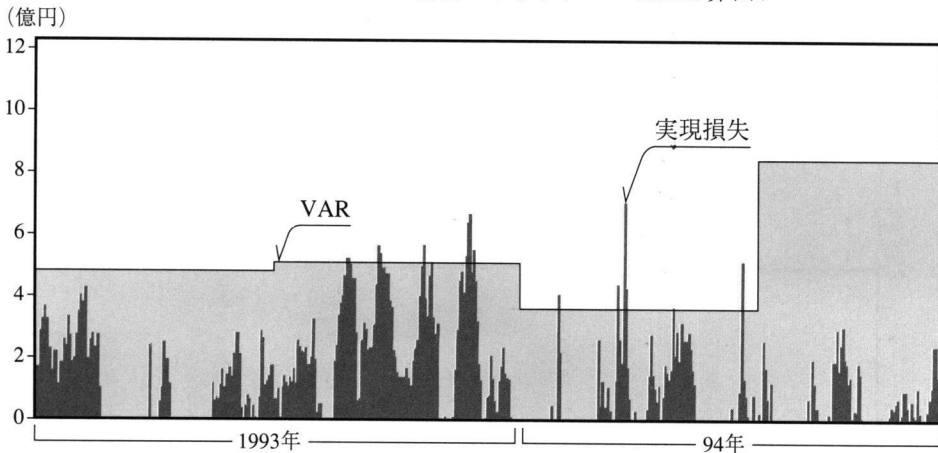
バリュー・アット・リスク算出上の相関係数に、ヒストリカルデータから算出された数字を用いない、具体的には①無相関を想定した場合(相関マトリックスの非対角成分がすべてゼロ)、②リスクファクターごとのリスク量を単純合算した場合(非対角成分が±1)の2つのケースについてシミュレーションを行った。無相関を想定した場合には、バリュー・アット・リスク

を超える損失発生回数は474回中16回(図表26)、単純合算した場合には1回(後掲図表27)という結果となり、ヒストリカル・コリレーションを用いた場合(53回)と比較して大幅に発生頻度が低下している。ただ一方で、バリュー・アット・リスクの水準が、相関を考慮した場合と比較して、前者の場合で約1.5倍、後者の場合で2~4倍となっており、特に、単純合算方式の場合には実現損失額比かなり高い水準となっている点には留意する必要がある。

(図表25) リスク／リターン・シミュレーション
(過去1年間のヒストリカルデータを用いて半年ごとに
ボラティリティ・相関マトリックス・VARを算出)



(図表26) リスク／リターン・シミュレーション
(リスクファクター間の相関=0と仮定し半年ごとに
ボラティリティ・相関マトリックス・VARを算出)



3. インプリケーション

今回行ったリスク／リターン・シミュレーションの結果から、以下のような点を指摘することができる。

- ① ヒストリカル・ボラティリティおよびヒストリカル・コリレーションを用いて算出

されたバリュース・アット・リスクの信頼度は、ボラティリティや相関係数の算出手法およびそれらの予測精度に大きく依存している。ボラティリティやリスクファクター間の相関に過去のデータからでは予想できなかった大幅な変化や一定方向の(トレンドを持った)変化が生じている場合には、

バリュエーション・アット・リスクの信頼度が低下する可能性がある。

- ② ボラティリティと相関係数の算出頻度を高めることにより、市場環境の変化をリスク量算出過程によりきめ細かく反映させることが可能となるため、仮にそうした環境がその後も続く場合には、予測を上回る損失額の発生をある程度抑えることができる。
- ③ リスクファクター間の相関について不利になる方向の変化を仮定（単純合算）してバリュエーション・アット・リスクを算出すると、これを上回る損失の発生頻度は非常に低く抑えられる。ただ、そこで算出されるリスク量は、実際に発生する損失水準と比較してかなり高い水準となる可能性がある。

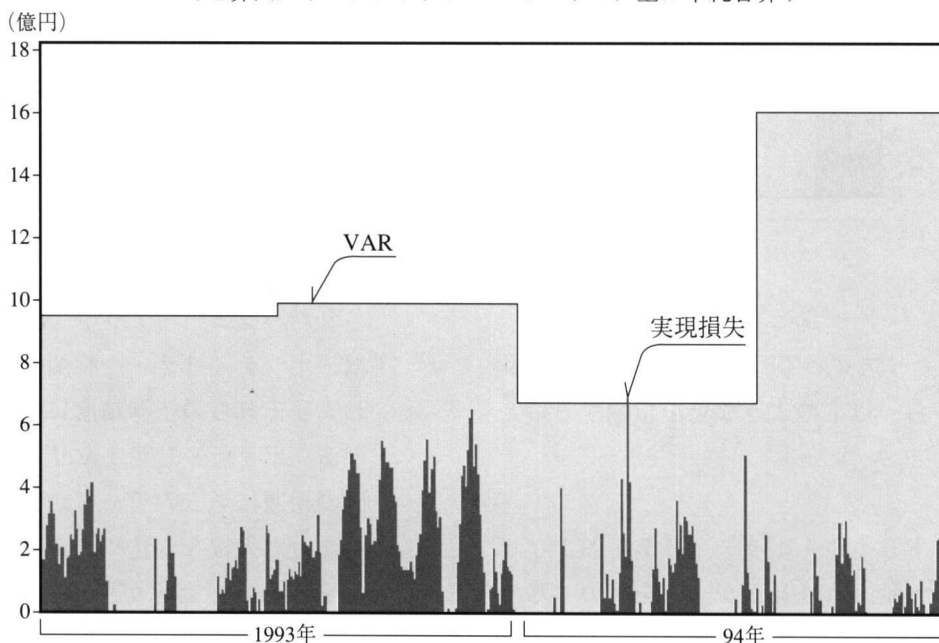
以上でみたように、バリュエーション・アット・リス

クを経営上の指標として活用していく際には、リスク量算出に当たって採用されている将来の市場環境の変化に関する仮定の妥当性や現実性を十分吟味することが重要である。バリュエーション・アット・リスクもリスク管理手法が進化していく流れの中で生まれたひとつの指標でしかなく、今後市場関係者においてここで指摘したような問題点に関する理論および実証面での検討が進められ、さらに、合理的かつ実務的な新たなリスク管理手法が開発されていくことが期待される。

終わりに

バリュエーション・アット・リスクをリスク指標として用いていく際には、①算出の前提となるリスクに対する基本構想の妥当性、②実際に用いる道具立てについての合理性の検証、さらには③算出されたリスク指標に対する的確な評価方法の

(図表27) リスク/リターン・シミュレーション
 (半年ごとにボラティリティ・相関マトリックス・VAR) を算出。リスクファクターごとのリスク量は単純合算)



確立、という点について十分な検討が行われることが必要と考えられる。まず、リスクに対する基本構想を構築することは適切なバリュー・アット・リスク算出のための必要条件であると言える。バリュー・アット・リスク等の指標を用いてリスクを的確に管理する能力とは、すなわちポートフォリオの隠れた脆弱性にどこまで光を当てることができるかという能力であると言い換えることができる。こうした能力は、光を当てするための道具（例えばバリュー・アット・リスク）の性能のみならず、どこの部分にどの角度で光を当てることが適切かというそもそもその判断能力によっても大きく左右される。

金融市場参加者におけるリスク管理の重要性が高まる中で、バリュー・アット・リスクの対象範囲が企業全体のポートフォリオに拡大し、しかもそれに応じて実際に資本配分やディスクロージャー等が行われるようになってくると、リスクに対する経営上の基本構想の妥当性はもとより、実際に用いる道具立てについても合理性が検証されなければならない。具体的には、リスクファクターの将来変動をいかにして的確に予測するか、リスクファクター間の相関はどのように変化するのか、等の点について、説得力のあるシナリオを用意することが必要となろう。

さらに検討すべき課題として、算出されたリスク指標をどのように評価・活用していくかという点が挙げられる。バリュー・アット・リスクの信頼性の検証方法については今後様々な方面で研究が進められることが期待される。また、金融技術の進歩とデリバティブ取引をはじめとする金融取引の高度化は、今後とも金融市場関係者におけるリスク管理手法のさらなる改善を促していくものと予想される。本稿で紹介したリスク定量化手法としてのバリュー・アット・リスクも、そうした市場の流れの中で現れたポートフォリオ・リスク管理手法の一例でしかなく、多くの仮定が採用されていることに伴う限界も有していることに留意する必要がある。ただ、バリュー・アット・リスクの基本的枠組みは、「ポートフォリオ価値の評価システム」として広い汎用性を持つと考えられ、今後、多様なリスク量を算定していく際の有効なツールのひとつとして活用されていくと考えられる。また、ここで指摘されたバリュー・アット・リスクが抱えるいくつかの問題の解決に向け、関係者において検討が深められ、より進んだリスク管理手法が開発されていくことが期待される。

(金融研究所)