

幾何平均を用いた国内卸売物価・参考指数の公表について

調査統計局

1. はじめに

近年、先進各国では、物価が落ち着いた動きを示しており、統計作成上の誤差が指数に与える影響を無視できなくなっていることから、物価統計の精度について関心が高まっている（注1）。日本銀行では、長年にわたり卸売物価指数（以下、WPI）を作成するとともに、指数精度の向上に努めてきたが、なお検討すべき課題が残されているのも事実である（注2）。

そこで、そうした検討課題の1つである指数算式について、従来からの算術平均を用いた指数（以下、ラスパイレス指数）に加え、幾何平均を用いた指数（以下、幾何平均指数）も検討してきたが、このほど、この幾何平均指数を参考指数として公表することとした。指数算式の修正が直ちに統計精度の向上をもたらすわけで

はないが、統計ユーザーに対しより多くのデータを開示することにより、現行WPIに生じる計測誤差（バイアス）についての情報を提供できるものと考えている。

2. 指数算式が有する誤差

財やサービスの価格動向を集約するためには、幅広い商品について個々の銘柄の価格を聴取する必要があるが、各商品はその中身も価格の水準も全く異なるものである。したがって、物価指数を作成するためには、ある基準時点を定めて商品の価格の推移を指数化し、取引額（支出額）に応じて加重平均しなければならない。ところが、現実には、基礎となる統計の制約等から、加重平均する際に用いられる取引額（支出額）ウェイトにその都度最新のものを適用する

（注1）米国では、1996年12月に議会に提出されたいわゆる「ボスキン・レポート」（Advisory Commission to Study the Consumer Price Index [1996]）を巡り、消費者物価指数（CPI）の精度に関する議論が活発化しており、FRBのグリーンズパン議長もこの点についてしばしば言及しているほか、ドイツでも、1998年3月にブンデスバンクが「ドイツにおけるインフレ率の計測誤差を巡る問題」（Hoffmann [1998]）と題したディスカッション・ペーパーを発表した。また、わが国においても、「消費者物価指数の計測誤差 ―その問題点と改善に向けての方策―」（白塚 [1995]）と題した論文が公表されている。

（注2）一般に物価指数の精度上の問題としては、①ここで述べている指数算式に起因するもののほかに、②統計の対象サンプルが商品や流通形態の変化に対応できていないこと、③品質の変化に適切な調整がなされていないこと、が指摘されている。因みに、日本銀行では、これら②、③の問題に対応するために、5年に一度の基準改定に加え、適宜、調査の対象となる銘柄を変更しており、その際には、品質調整も行っている。また、急激な技術進歩等で品質調整が難しいといわれるパソコンなどについては、ヘドニック・アプローチと呼ばれる計量的な手法も活用している。

ことは極めて難しい。したがって、WPIをはじめ多くの物価指数においては、基準時点でウェイトを固定し、加重算術平均を行うという手法が採られている（こうした指数算式をラスパイレ算式と呼ぶ）（注3）。

わが国の場合、WPIに限らず、多くの物価指数は5年に一度基準改定されており、その都度世の中の変化に対応してきたが、特に近年のように経済構造が急激に変化すると、5年間、取引額（支出額）ウェイトを固定しておくことは、経済実態と指数の乖離を拡大させることになりかねない。

すなわち、ラスパイレ算式の場合、基準時点のウェイトを用いて価格の水準を平均し指数を算出しているため、例えば、価格が相対的に低くなった商品に需要がシフトする場合には（この場合、「代替の弾力性」は0より大きいという）、そこで算出された物価指数は、いわゆる「理論上の物価指数」（注4）に対し上方バイアスを有する。これは、「理論上の物価指数」では、各時点の数量変化が織り込まれるのに対し、ラスパイレ算式では定義上数量ウェイトは一定のため、価格が低下（上昇）した商品の数量が相対的に増加（減少）しても、これを指数に反映できないためである。一方、この間の購買行動が変化せず、したがって数量ウェイトも変化しない（「代替の弾力性」が0）場合には、同指数にはこうしたバイアスは生じない（注5）。

これに対し、幾何平均指数の場合は、ウェイトはラスパイレ算式同様、基準時点の支出額から作成したものを用いるが、価格の伸び率を平均して指数を算出するため、相対価格が変化しても各々の財の支出額（価格×数量）の割合が一定であれば（すなわち、「代替の弾力性」が1ならば）、算式上、ラスパイレ算式のようなバイアスは発生しない。これは、価格が低下（上昇）した商品について、支出額が一定になるように購入数量が増加（減少）するケースである。一方、相対価格の変化にしたがって購買行動が変化しない場合や変化が相対的に小さい（「代替の弾力性」が1より小さい）場合には、同指数は下方バイアスを持つ（注6）。

このような指数算式による結果の違いについて、トランジスタと集積回路を例にとって具体的にみたものが図表1である。ここでは、比較時点で集積回路の価格が低下したとき、それぞれの取引数量の変化パターンとして4つのケースを想定している。計算結果から明らかとなり、相対価格が変化しても取引数量に変化がなければ（「代替の弾力性」=0）、ラスパイレ算式が「理論上の物価指数」に一致し、幾何平均指数に下方バイアスが生じる。しかしながら、取引数量が若干ながらも変化すれば（ $0 < \text{「代替の弾力性」} < 1$ ）、ラスパイレ算式に上方バイアスが生じる。もし、支出額の割合が一定になるように需要の代替が進めば（「代替の弾力

（注3）各物価指数算式については後掲補論1参照。

（注4）「理論上の物価指数」とは、消費者物価指数（CPI）について用いられてきた概念をWPIに応用し、「物価変動後においても、同一の産出量を実現するために投入する生産要素の最小費用の比率」として算出されるもの。もっとも、実際にこうした比率を各時点で観察する、すなわち同指数を作成することは極めて困難である。この点の詳細については後掲補論2参照。

（注5）「代替の弾力性」が0より小さい、すなわち、価格が相対的に高くなった商品に需要がシフトするケースも、場合によっては起こりうるが、こうしたケースは極めて稀であるため、ここでの議論では想定していない。

（注6）指数算式とバイアスに関する詳しい説明は後掲補論3参照。

(図表 1) 価格変化と数量変化が物価指数に与える影響の具体例

品目	価格		取引数量				
	基準時点	比較時点	基準時点	比較時点			
				ケース A	ケース B	ケース C	ケース D
トランジスタ	100	100	200	200	188	176	164
集積回路	100	81	200	200	214	227	240

(注) ここでは、トランジスタおよび集積回路の 2 財を用いて作られる電気製品を想定し、その産出量は基準時点および比較時点ともに同水準であると仮定。

	ケース A	ケース B	ケース C	ケース D
ラスパイレス指数	90.5	90.5	90.5	90.5
「理論上の物価指数」	90.5	90.3	90.0	89.8
幾何平均指数	90.0	90.0	90.0	90.0
代替の弾力性	0.0	0.5	1.0	1.4

ケース A ラスパイレス指数 = 「理論上の物価指数」 > 幾何平均指数
 ケース B ラスパイレス指数 > 「理論上の物価指数」 > 幾何平均指数
 ケース C ラスパイレス指数 > 「理論上の物価指数」 = 幾何平均指数
 ケース D ラスパイレス指数 > 幾何平均指数 > 「理論上の物価指数」

性」= 1)、ラスパイレス指数に上方バイアスが生じる一方、幾何平均指数は「理論上の物価指数」と一致する。また、需要の代替がさらに進むようなケース（「代替の弾力性」> 1）では、ラスパイレス指数、幾何平均指数ともに上方バイアスを有するが、後者の方が「理論上の物価指数」に近いということになる。

3. 現行 WPI が有するバイアス

以上でみたように、指数算式に起因するバイアスの大きさは、相対価格の変化に対し、実際の需要の代替がどの程度生じるかに依存する。一般には、価格変化が商品の需要を変化させるものと考えられるが、WPI の対象とする企業間取引において、必ずこうしたことが生じるとは言い切れない。むしろ、企業が原材料を投入する場合においては、即座に代替できる原材料がない等の技術的な制約から、価格が変化して

も需要量が変わらないというケースも考えられる。

そこで、こうした点をマクロ的に確認する手掛かりとして、これまでの基準改定時に算出したパーシェ指数（比較時点でウェイトを固定して加重算術平均により算出）について、基準時点のウェイトを用いたラスパイレス指数と比べどれだけ乖離しているかを検証する（いわゆる「パーシェ・チェック」）。すなわち、前述のとおり、ラスパイレス指数が基準時点の取引額ウェイトを用いて指数を集計しているのに対し、パーシェ指数は、比較時点（つまり直近時点）の取引額ウェイトを用いている。したがって、両指数の乖離はウェイト変化を反映することとなり、こうした「パーシェ・チェック」を行うことで取引実態の変化がチェックできるためである。

因みに、相対価格が低下（上昇）した商品に

対し、正の代替効果が発生して相対的な取引額ウェイトが上昇（低下）するならば、ラスパイレ指数はパーシェ指数よりも大きくなり、「理論上の物価指数」はその間に位置することが、一定の条件の下で証明されている（注7）。この場合、正の代替効果が発生すると、パーシェ・チェック（パーシェ指数－ラスパイレ指数）は、負の乖離を示すことになる。

実際に結果をみると（図表2）、いずれの期間も負の乖離を示しており、企業間で取引される商品についても、正の代替効果の存在を示すかたちとなっている。こうしたラスパイレ指数のパーシェ指数に対する一方向への乖離の背景には、相対価格の変化によって生じる代替効果とは別に、所得効果の存在や技術条件などの経済構造変化も影響を与えていると考えられるが、いずれにせよ、相対価格が低下（上昇）した商品の取引が相対的に増加（減少）するという価格と数量のマクロ的变化から、現行のラスパイレ指数が、基準改定から5年を経た時点で、つねに上方バイアスを有している可能性が高いことが確認される。

4. 幾何平均指数の導入にあたって

ラスパイレ指数のバイアスを取り除く最善の方法は、集計の際に利用するウェイトデータをその都度更新していくことであるが、全ての

商品に関し、最新の取引額をつねに把握し、集計の都度ウェイトを改めていくことは、基礎となる統計の制約から極めて困難である。そこで、次善の策として採りうる方法が、幾何平均により集計するというやり方である。しかしながら、既に説明したとおり、幾何平均指数は、相対的な価格が変化しても支出額ウェイトが変化しないという前提（代替の弾力性が1）の下に、「理論上の物価指数」と一致するものである一方、代替効果がさほど大きくない（代替の弾力性が1より小さい）場合には、むしろ下方バイアスを有する。

これらの点を考慮し、今回、WPIに幾何平均算式を用いるにあたっては、すべての集計段階で幾何平均を採用するのではなく、先験的に、商品の代替関係が想定される「銘柄から商品群までの集計」を幾何平均、それよりも上位の「商品群から総平均までの集計」は従来通りラスパイレ算式での算術平均を用いるという方法を採用した（図表3）。

こうした考え方の背景は、数量変化に影響を与えるのは、関連の薄い商品間の相対価格ではなく、属性の近い商品間の相対価格であるということである。例えば、インスタントコーヒーの需要は、普通乗用車との相対価格の変化には影響されないが、レギュラーコーヒーとの相対価格変化によって一定の影響を受けると考えら

（図表2） 国内卸売物価指数におけるパーシェ・チェックの結果

単位、%			
1975～80年	1980～85年	1985～90年	1990～95年
-2.4	-1.7	-2.0	-1.2

（注） パーシェ・チェックでは、ラスパイレ指数（L式）とパーシェ指数（P式）の乖離の程度

$$(\text{乖離率} = \frac{P-L}{L} \times 100) \text{ を検証する。}$$

（注7） 詳しくは後掲補論4 参照。

(図表3) 幾何平均指数の算出方法

集計段階	銘 柄 → 品 目 → 商 品 群 → 小 類 別 → 類 別 → 大 類 別 → 総 平 均
平 均 法	└─加重幾何平均─┐ └──────────加重算術平均──────────┐

(注) 国内卸売物価指数においては、商品を材料、用途、機能等の属性に応じて分類し、下位から「銘柄」、「品目」、「商品群」、「小類別」、「類別」および「大類別」の6段階で構成したうえで指数を算出している。

れる。

もちろん、類別間でも、技術進歩等を通じた代替は起こりうるわけで、上記のような考え方は絶対的なものではない。しかしながら、過去のデータから試算した幾何平均指数をみると、全ての集計段階で幾何平均を用いた指数には、下方バイアスがあるとみられるのに対し、部分的に幾何平均を導入するかたちで作成した指数では、そうした問題が相当程度解消されているとみることができる。したがって、今回公表する幾何平均指数は、全ての集計段階で幾何平均を用いた指数に比べバイアスが小さいものと考えられる(注8)。

5. 幾何平均指数を公表する意義

以上みてきたように、ラスパイレス算式を用いた現行のWPIには代替効果を取り込めないという問題があり、その対応方法の一つとして幾何平均の採用があげられる。しかし、実際には、企業間取引における代替の弾力性が計測できないため、ラスパイレス指数と幾何平均指数との間の優劣を判断することはできない。この

ような限界があるにもかかわらず、日本銀行が今回改めて幾何平均指数を参考指数として公表することとしたのは、経験的にみてラスパイレス指数に上方バイアスが存在する可能性が高いため、指数算式に伴う物価指数の計測誤差に関する情報を、幅広く統計ユーザーに提供することが必要と考えたためである(注9)。

因みに、先に述べた方法で算出された幾何平均指数の動きをみると(後掲図表4)、95年1月から98年1月までの3年間に、総平均で3.0ポイント低下している一方、ラスパイレス指数では、2.0ポイントの低下に止まっており、両指数間で1.0ポイントの差が生じている。また、これを類別指数で比較してみると、特に、電気機器において大きな乖離がみられており、96年中のように、特定の商品(集積回路、電子計算機本体、ビデオテープレコーダ等)で大幅な価格下落が生じた場合には、指数算式によって、集計結果にかなりの相違が生じることを示している。もし、このように価格が低下した商品について、相対的に取引額が増加していると判断できれば、ラスパイレス指数の有するバイアスは拡大して

(注8) 詳しくは後掲補論5参照。

(注9) 因みに米国では、消費者物価指数(CPI)について、97年4月より、今回のわが国のWPIと同様、下位集計(銘柄から品目の集計)部分に幾何平均、上位集計(品目から総平均)部分に算術平均を用いた指数(CPI-U-XG<experimental CPI using geometric means>)を試験的に公表してきたが、98年4月には、幾何平均の適用範囲を下位集計部分の一部(支出額ウェイトで61%)に絞った指数(代替の弾力性が低いと思われる住宅関連、公共料金等には従来どおり算術平均を適用)を、99年1月より正式な指数として公表していく旨発表した。

いることになり、こうしたケースでは、幾何平均指数の方がバイアスは小さい。

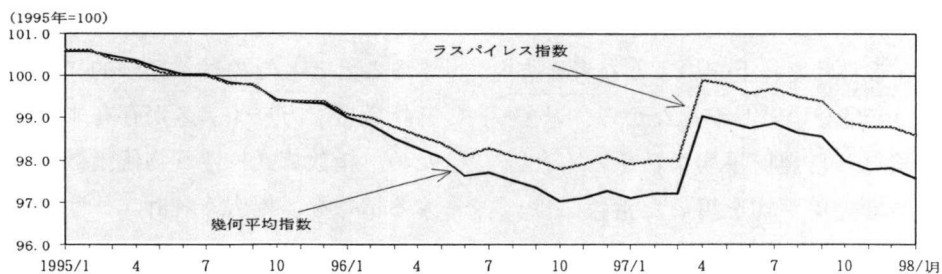
もとより、物価指数のような集計加工された統計に、唯一無二の値を期待することには無理があるが、今後とも各方面からのご意見、ご批

判をいただきながら、さらに研究を重ねることにより、「理論上の物価指数」に少しでも近い物価統計を提供できるよう努めていきたいと考えている。

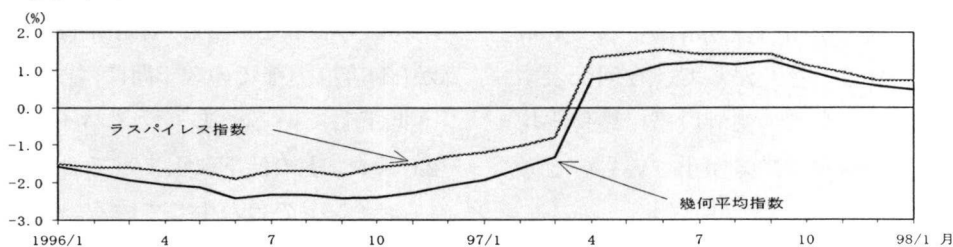
(図表 4) 国内WPI 総平均・電気機器の推移 (指数、前年比)

(1) 総平均

① 指数レベル

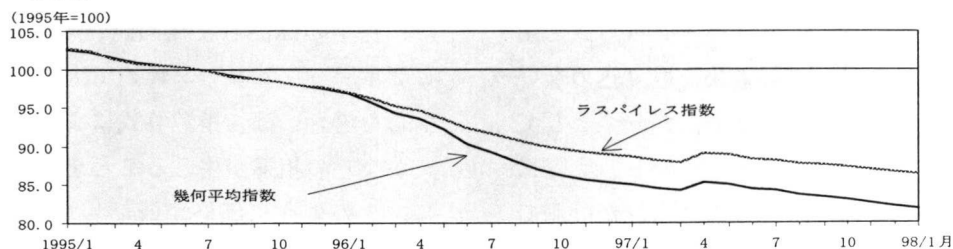


② 前年比

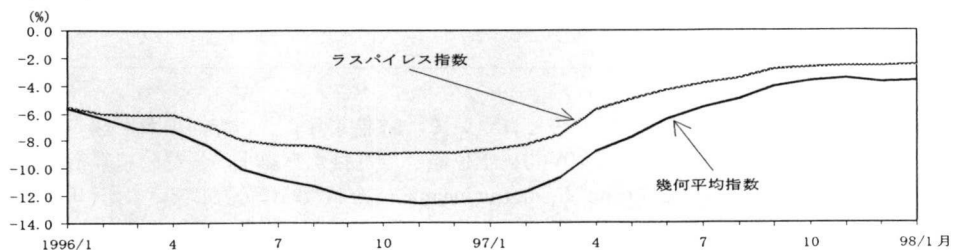


(2) 電気機器

① 指数レベル



② 前年比



(補論 1) 各物価指数算式の定義等

	ラスパイレス算式	幾何平均算式	パーシェ算式
算出方法	基準時点の取引額によって算出されたウェイトを用い、基準時点の加重算術平均価格と比較時点の加重算術平均価格の比を指数化する。	基準時点の取引額によって算出されたウェイトを用い、基準時点と比較時点の価格比の加重幾何平均を指数化する。	比較時点の取引額によって算出されたウェイトを用い、基準時点の加重算術平均価格と比較時点の加重算術平均価格の比を指数化する。
算式	$I_{t,0}^L = \frac{\sum p_{t,i} q_{0,i}}{\sum p_{0,i} q_{0,i}}$ $= \frac{\sum \frac{p_{t,i}}{p_{0,i}} c_{0,i}}{\sum c_{0,i}}$ $= \sum \frac{p_{t,i}}{p_{0,i}} w_{0,i}$ <p>$I_{t,0}^L$: ラスパイレス指数</p> <p>$p_{t,i}$: 比較時点 t における財 i の価格</p> <p>$p_{0,i}$: 基準時点 0 の財 i の価格</p> <p>$q_{0,i}$: 基準時点 0 における財 i の数量</p> <p>$c_{0,i}$: 基準時点 0 における財 i に対する支出額</p> <p>$w_{0,i}$: 基準時点 0 における全支出額に対する財 i の支出額シェア</p>	$I_{t,0}^G = \prod (p_{t,i} / p_{0,i})^{w_{0,i}}$ <p>$I_{t,0}^G$: 幾何平均指数</p> <p>$p_{t,i}$: 比較時点 t における財 i の価格</p> <p>$p_{0,i}$: 基準時点 0 における財 i の価格</p> <p>$w_{0,i}$: 基準時点 0 における全支出額に対する財 i の支出額シェア</p>	$I_{t,0}^P = \frac{\sum p_{t,i} q_{t,i}}{\sum p_{0,i} q_{t,i}}$ $= \frac{\sum c_{t,i}}{\sum \frac{p_{0,i}}{p_{t,i}} c_{t,i}}$ $= \frac{1}{\sum \frac{p_{0,i}}{p_{t,i}} w_{t,i}}$ <p>$I_{t,0}^P$: パーシェ指数</p> <p>$p_{t,i}$: 比較時点 t における財 i の価格</p> <p>$p_{0,i}$: 基準時点 0 における財 i の価格</p> <p>$q_{t,i}$: 比較時点 t における財 i の数量</p> <p>$c_{t,i}$: 比較時点 t における財 i に対する支出額</p> <p>$w_{t,i}$: 比較時点 t における全支出額に対する財 i の支出額シェア</p>

(補論2)「理論上の物価指数」について

バイアスが存在しない「理論上の物価指数」と、実際に算出された物価指数の相対的な関係から、指数の有するバイアスを確認することができる。この場合、「理論上の物価指数」とは、ミクロ経済学における消費者選択理論によって位置付けられるものであり、これまで、消費者物価指数について、「理論上の物価指数」は、「物価変動後においても同一の効用を得るための最小支出額の比率」と定義されてきた。

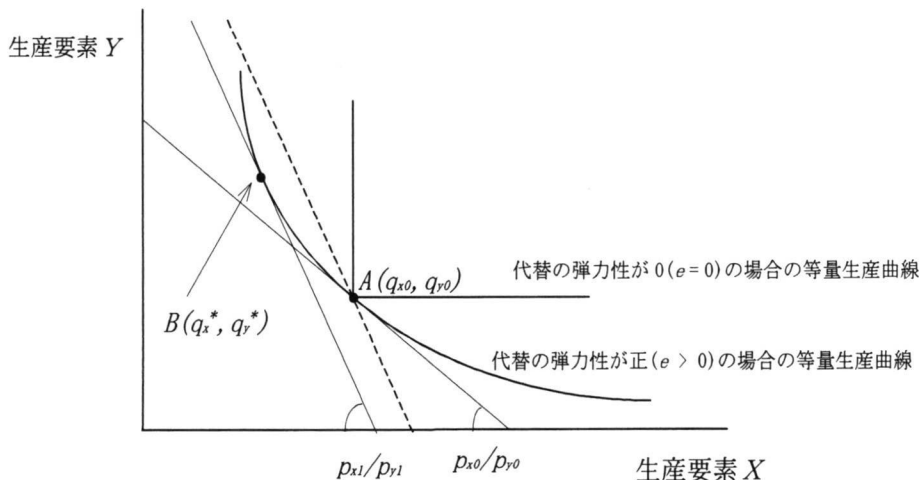
そこで、企業間で取引される財を対象とした卸売物価指数についても、消費者選択理論を生産要素選択理論に置き換え、「理論上の物価指数」を、「同一の産出量を実現するために投入する生産要素の最小費用の比率」と位置付けることができる。これを数式で示せば次のとおり。

WPIにおける

$$\text{「理論上の物価指数」}: I^* = \frac{\sum p_{t,i} q_{t,i}^*}{\sum p_{0,i} q_{0,i}}$$

$q_{t,i}^*$: 比較時点の投入生産要素 $q_{t,i}$ について、基準時点と同じ水準の産出量を実現できるように調整した数量。

(補論3の図1)



なお、生産関数が相似拡大的であれば、生産量にかかわらず、一定の比率 I^* を求めることは可能である。しかし、こうした条件の下での生産要素の比率を各時点で観察することは極めて困難であるため、事実上、こうした物価指数を作成することはできない。これが「理論上の物価指数」と呼ばれるゆえんである。

(補論3) 指数算式とバイアス

指数算式とバイアスの関係については、「理論上の物価指数」との相対関係をみることにより、以下のように整理することができる。

(1) ラスパイレス指数の特徴

ラスパイレス指数について、「理論上の物価指数」との関係をみると、生産要素の代替の弾力性が0の場合、ラスパイレス指数は、「理論上の物価指数」に等しくなるのに対し、代替の弾力性が正の値をとるとき、上方バイアスを有する。これを2財のモデルで図解すると以下のとおりとなる（補論3の図1）。

今、企業が予算制約 ($c = p_x \cdot q_x + p_y \cdot q_y$) の下で、生産要素XとYの選択を行っているとする。基準時点0で、最大産出量 (s_0) を実現する生産要素のバスケットA (q_{x0}, q_{y0}) を選択し、その後、生産要素の相対価格が変動して (例えば、生産要素Xの価格上昇) 予算制約線の傾きが変化したとしよう ($p_{x0}/p_{y0} \rightarrow p_{x1}/p_{y1}$)。

代替の弾力性が0、すなわち等量生産曲線がL字型の場合、基準時点と同一の生産量 (s_0) を維持し、かつ費用最小化を実現する生産要素のバスケットは、A (q_{x0}, q_{y0}) となる。これは、基準時点のバスケットと等しく、ラスパイレス指数が「理論上の物価指数」と一致する。

一方、代替の弾力性が正で、等量生産曲線が原点に向かって凸であるならば、基準時点と同一の生産量 (s_0) を維持し、かつ費用最小化を実現する生産要素のバスケットはB (q_{x1}^*, q_{y1}^*) であり、「理論上の物価指数」は、

$$I^*(s_0) = \frac{p_{x1} \cdot q_{x0}^* + p_{y1} \cdot q_{y0}^*}{p_{x0} \cdot q_{x0} + p_{y0} \cdot q_{y0}}$$

となる。この場合、補論3の図1からわかるとおり、

$$p_{x1} \cdot q_{x0}^* + p_{y1} \cdot q_{y0}^* < p_{x1} \cdot q_{x0} + p_{y1} \cdot q_{y0}$$

であるから、ラスパイレス指数、

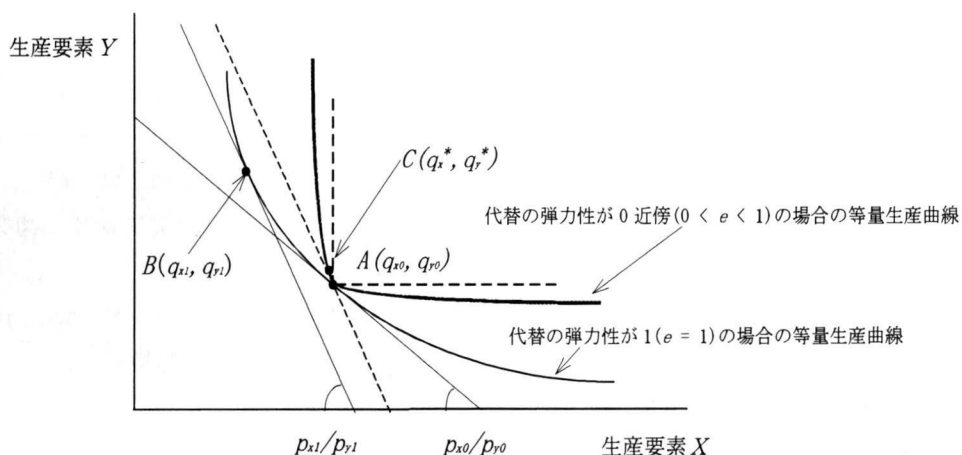
$$I^L(s_0) = \frac{p_{x1} \cdot q_{x0} + p_{y1} \cdot q_{y0}}{p_{x0} \cdot q_{x0} + p_{y0} \cdot q_{y0}}$$

は、「理論上の物価指数」よりも大 ($I^*(s_0) < I^L(s_0)$) となり、上方バイアスを有することとなる。

(2) 幾何平均指数の特徴

幾何平均指数の場合は、ラスパイレス指数とは反対に、代替の弾力性が0の場合、下方バイアスを有するのに対し、代替の弾力性が1のときは「理論上の物価指数」と等しくなる。これも同様に2財モデルで図解することができる (補論3の図2)。

(補論3の図2)



基準時点 0 で、生産要素のバスケット A (q_{x0}, q_{y0}) を選択し、その後、生産要素の相対価格が変動し（例えば、生産要素 X の価格上昇）、予算制約線の傾きが変化したとしよう ($p_{x0}/p_{y0} \rightarrow p_{x1}/p_{y1}$)。

代替の弾力性が 1 の場合、生産要素のバスケットは、B (q_{x1}, q_{y1}) となるが、このときの「理論上の物価指数」は、幾何平均指数と一致する。この点は、次のように数式で示すことができる。

すなわち、代替の弾力性が 1 のコブ・ダグラス型の生産関数を仮定すると、生産関数は、

$$s(q_1, \dots, q_n) = \prod_{i=1}^n q_i^{\beta_i} \quad \text{ただし、} \sum \beta_i = 1$$

となる。

総生産費用 c と各投入財の価格 p_1, \dots, p_n が与えられたとき、制約条件 $c = \sum p_i q_i$ の下で生産量を最大化する条件についてラグランジュ未定乗数 (λ) を用いて求めると、

$$\phi = \prod_{i=1}^n q_i^{\beta_i} - \lambda (\sum_{i=1}^n p_i q_i - c)$$

より、

$$\frac{\beta_1}{p_1 q_1} = \dots = \frac{\beta_n}{p_n q_n} = \lambda, \quad c = \sum p_i q_i$$

となる。

さらに、限界生産均等式より、

$$\frac{\sum \beta_i}{\sum p_i q_i} = \frac{1}{c} = \lambda$$

が得られるから、需要関数は $p_i q_i = \beta_i c$ となる。

したがって、支出額シェアを $w_i = \frac{p_i q_i}{c}$ とすると、 $w_i = \beta_i$ となる。

すなわち、各財の支出額シェアがコブ・ダグラス型生産関数の各指数（べき乗）部分に一致する場合 ($w_i = \beta_i$) に生産最大化が図ら

れる。

このとき、与えられた価格体系と総費用の下における最大の生産量は、

$$s(q_1, \dots, q_n) = \prod_{i=1}^n \left(\frac{w_i c}{p_i} \right)^{w_i} \\ = \prod_{i=1}^n \left(\frac{w_i}{p_i} \right)^{w_i} \cdot c$$

となり、生産量 s を得るのに必要な総費用 c は、

$$c = \left[\prod_{i=1}^n \left(\frac{w_i}{p_i} \right)^{w_i} \right]^{-1} \cdot s$$

と表わされる。

したがって、0、 t 時点の価格を p_{i0}, p_{it} とすると、同一の生産量を得るために必要な総費用の比率は、

$$I(t) = \left[\prod_{i=1}^n \left(\frac{w_{it}}{p_{it}} \right)^{w_{it}} \right]^{-1} \cdot s \left/ \left[\prod_{i=1}^n \left(\frac{w_{i0}}{p_{i0}} \right)^{w_{i0}} \right]^{-1} \cdot s \right. \\ = \left[\prod_{i=1}^n \left(\frac{w_{it}}{p_{it}} \right)^{w_{it}} \right]^{-1} \left/ \left[\prod_{i=1}^n \left(\frac{w_{i0}}{p_{i0}} \right)^{w_{i0}} \right]^{-1} \right. \\ = \prod_{i=1}^n \left(\frac{p_{it}}{p_{i0}} \right)^{w_{i0}}$$

となり、コブ・ダグラス型の生産関数を仮定した場合は、幾何平均指数が「理論上の物価指数」と一致することがわかる。

一方、代替の弾力性が 0 またはその近傍であるとする、費用最小化を実現する生産要素のバスケットは、例えば、C (q_x^*, q_y^*) となる。このとき、前掲補論 3 の図 2 からわかるとおり、

$$p_{x1} \cdot q_x^* + p_{y1} \cdot q_y^* > p_{x1} \cdot q_{x1} + p_{y1} \cdot q_{y1}$$

であるから、幾何平均指数、

$$I^G(s_0) = \frac{p_{x1} \cdot q_{x1} + p_{y1} \cdot q_{y1}}{p_{x0} \cdot q_{x0} + p_{y0} \cdot q_{y0}}$$

は、「理論上の物価指数」よりも小 ($I^G(s_0) < I^*(s_0)$) となり下方バイアスを有することになる。

(補論 4) 各指数の大小関係

補論 3 で示したとおり、基準時点 0 における最大産出量 s_0 に基づく「理論上の物価指数 $I^*(s_0)$ 」とラスパイレス指数の大小関係は、

$$I^*(s_0) \leq I^L \text{ (ラスパイレス指数)}$$

となる。

同様にパーシェ指数について考えると、時点 t の価格体系 P_t における産出量 s_t を実現するための実際の生産要素の投入バスケットを Q_t 、時点 0 の価格体系 P_0 において産出量 s_t でかつ費用最小化がなされている投入バスケットを Q^*_0 とする。このとき、時点 0 で Q_t を投入するコストは、 Q^*_0 を投入するコストよりも低いことはありえない。すなわち、

$$\sum p_0 Q^*_0 \leq \sum p_0 Q_t$$

が成立する。

上式を変形すると、

$$\frac{\sum p_t Q_t}{\sum p_0 Q_t} \leq \frac{\sum p_t Q_t}{\sum p_0 Q^*_0}$$

となり、理論上の卸売物価指数は、前掲補論 2 で述べたとおり、「同一の産出量を実現するために投入する生産要素の最小費用の比率」であるから、基準時点 t における最大産出量 s_t に基づく「理論上の物価指数： $I^*(s_t) = \frac{\sum p_{t,i} Q_{t,i}}{\sum p_{0,i} Q^*_{0,i}}$ 」とパーシェ指数の大小関係は、

$$I^P \text{ (パーシェ指数)} \leq I^*(s_t)$$

となる。

したがって、「理論上の物価指数」、ラスパイレス指数、パーシェ指数において、

$$I^*(s_0) \leq I^L \text{ (ラスパイレス指数)}$$

$$I^P \text{ (パーシェ指数)} \leq I^*(s_t)$$

という大小関係が得られる。

ところで、生産関数が「生産水準が変化しても、等量生産曲線が生産量変化前の等量生産曲線と原点に対して相似形に並ぶ (相似拡大的)」

のであれば、同水準の生産を維持するための費用比は、その生産水準に依存しない。

すなわち、費用関数を $C(P, s)$ とすると、生産関数が相似拡大的であれば、

$$\frac{C(P_t, s_0)}{C(P_0, s_0)} = \frac{C(P_t, s_t)}{C(P_0, s_t)}$$

となる。また、このとき、それぞれの生産量に対する「理論上の物価指数」は、

$$I^*(s_0) = \frac{C(P_t, s_0)}{C(P_0, s_0)}, \quad I^*(s_t) = \frac{C(P_t, s_t)}{C(P_0, s_t)}$$

であるから、

$$I^*(s_t) = I^*(s_0)$$

となり、生産関数が相似拡大的であれば、「理論上の物価指数」が生産量に依存しないことがわかる。

以上より、生産関数が相似拡大的であるならば、

$$I^P \text{ (パーシェ指数)}$$

$$\leq I^* \text{ (理論上の物価指数)}$$

$$\leq I^L \text{ (ラスパイレス指数)}$$

となる。

(補論 5) 幾何平均指数の妥当性

本文で述べているとおり、幾何平均指数は、代替の弾力性如何によっては、下方バイアスを持つ。しかしながら、マクロ的にみて、実際に代替の弾力性がどの程度であるかを把握することは難しい。そこで、幾何平均指数の妥当性をみる手掛かりとして、幾何平均指数をラスパイレス指数およびパーシェ指数と比較してみる。

すなわち、ラスパイレス指数とパーシェ指数との間に乖離が生じ、前者が後者よりも大きい場合、生産関数が相似拡大的との前提の下では、「理論上の物価指数」はその中間に位置することが証明されている。実際、過去の基準改定時には、こうした乖離がみられているため、その時

点における幾何平均指数が両指数の中間に位置していれば、理論値から大きく乖離していないということがいえる。

過去2回の基準改定時について、実際に計算した結果が以下の表である。ここでは、今回採用した「商品群までの段階の集計」に幾何平均を導入した指数と、「全ての段階の集計」を幾何平均で行った指数を計算しているが、これを見ると、総平均では、いずれの時点においても、前者はラスパイレ指数とパーシェ指数の間に位置し、後者はパーシェ指数に等しいという結果になった。また、類別の指数をみると、後者はパーシェ指数を下回るものが多く、下方バイアスの傾向が強いとみられる一方、前者は、そ

うした傾向が相当程度解消されている。特に1990年から95年にかけての検証結果をみると、ラスパイレ指数がパーシェ指数より大きいという理論上の前提が成り立つケースでは、食料用農畜水産物を除きパーシェ指数を上回るか等しくなっている。

もちろん、一部に問題の残る類別があるほか、そもそもラスパイレ指数とパーシェ指数の間の大小関係が理論と整合的でない類別もみられるなど、こうした検証方法には限界があるが、今般公表する指数が「理論上の物価指数」の取りうる範囲内にあるという意味で、理論値から大きくは乖離していないといって差し支えないであろう。

算式別指数比較

	国内卸売物価指数(1990年、1985年=100)				国内卸売物価指数(1995年、1990年=100)			
	パーシェ指数	幾何平均 (全段階)	幾何平均 (商品群まで)	ラスパイレ指数	パーシェ指数	幾何平均 (全段階)	幾何平均 (商品群まで)	ラスパイレ指数
総平均	93.1	93.1	94.3	95.0	94.9	94.9	95.9	96.1
工業製品	93.6	93.8	95.0	95.7	94.9	95.0	96.0	96.1
加工食品	102.4	101.5	101.8	* 102.1	104.9	104.6	104.8	* 104.9
繊維製品	94.1	93.6	94.4	95.0	93.3	92.4	93.4	93.7
製材・木製品	112.7	115.2	116.0	117.0	102.3	99.6	100.4	* 101.0
パルプ・紙・同製品	97.8	98.9	99.0	99.2	101.8	101.6	101.8	101.9
化学製品	92.1	91.3	91.5	92.5	94.2	94.1	94.5	94.8
プラスチック製品	96.9	96.6	96.6	97.1	97.5	97.4	97.5	97.8
石油・石炭製品	73.7	71.2	72.3	74.2	87.9	87.1	87.4	* 87.5
窯業・土石製品	102.7	102.1	102.5	* 102.7	99.2	99.2	99.5	99.8
鉄鋼	99.3	98.8	99.0	* 99.3	87.9	88.0	89.0	89.4
非鉄金属	95.1	95.6	96.7	97.5	82.2	81.9	82.5	82.7
金属製品	104.6	104.5	104.6	104.9	97.9	98.0	98.2	98.5
一般機器	96.6	101.0	101.7	102.2	98.6	98.3	98.9	98.9
電気機器	77.5	77.8	79.2	81.1	83.2	84.8	87.2	87.3
輸送用機器	92.0	93.0	93.3	93.5	98.0	97.9	98.1	98.1
精密機器	96.8	98.6	99.2	99.6	99.2	97.9	98.2	* 98.7
その他工業製品	102.8	103.0	103.4	103.7	102.4	102.1	102.5	102.7
農林水産物	96.4	95.3	96.3	97.3	87.8	86.4	87.6	89.3
食料用農畜水産物	94.9	93.7	94.8	95.6	88.2	86.8	88.0	89.8
非食料農林産物	111.1	109.6	109.8	111.8	83.8	83.2	83.8	84.2
鉱産物	106.0	104.7	105.2	* 105.4	117.3	115.2	116.0	* 116.6
電力・都市ガス・水道	80.4	79.9	80.3	* 80.4	99.1	98.7	98.7	* 98.8
スクラップ類	82.2	83.0	83.2	83.5	71.6	70.3	70.7	* 70.9

部分は、幾何平均指数がパーシェ指数とラスパイレ指数の間に位置している類別。

*は、ラスパイレ指数がパーシェ指数を上回っていない、すなわち、理論上の大小関係が成立していない類別。

[参考文献]

- 白塚重典、「消費者物価指数と計測誤差 —その問題点と改善に向けての方策—」、『金融研究』第14巻
第2号、日本銀行金融研究所、1995年
- 日本銀行物価研究会、「物価の知識」、日経文庫、日本経済新聞社、1992年
- 森田優三、「物価指数理論の展開」、東洋経済新報社、1989年
- Advisory Commission to Study the Consumer Price Index (Michael J. Boskin, Chairman), *Toward a More
Accurate Measure of the Cost of Living: Final Report*, 1996.
- Bureau of Labor Statistics, U.S. Department of Labor, *The Experimental CPI Using Geometric
Means*, 1997.
- , “Planned Change in the Consumer Price Index Formula April 16, 1998,” 1998.
- Hoffmann, Johannes, “Problems of Inflation Measurement in Germany : Non-Technical Summary,”
Economic Research Group of the German Bundesbank Discussion Paper 1/98, 1998.