

## 資料

# 生産関数の計測について

## 1. はじめに

生産関数は生産要素投入量と産出量との技術的な関係を表わすものであり、この関係を用いて能力ベースでみた産出量を測定することができる。この場合、従来、生産要素としては労働と資本のみが考慮されることが多かったが、そのような形の生産関数では、近年重要性を増しているエネルギーの供給制約の問題を取り扱うことはできない。そこで本稿では、生産関数の計測にあたり、原油を生産要素として明示的に導入し、原油価格の上昇が企業の原油投入量を減少させることを通じて供給面を制約するメカニズムについて把握することを試みた。

## 2. 関数型の選択

生産関数のタイプとして Cobb-Douglas 型、CES 型、Translog 型等のうちいずれを採用すべきかは、生産要素間の代替・補完関係についてどう考えるかに依存する。この点に関する各型の前提は次のとおりである。

- ① Cobb-Douglas 型……各生産要素は代替的で、かつ各要素間の代替弾力性は 1 と前提。
- ② CES 型……各生産要素は代替的であるが、代替弾力性の値についてはアприオリに前提しない(ただし、すべての弾力性は均等)。
- ③ Translog 型……各生産要素は代替的とアприオリに前提しない。

生産要素間の代替・補完関係については、第 1 次オイルショック以降エネルギーの供給制約が問

題になって以来、多くの実証分析が試みられている(第 1 表)。これによれば、エネルギーと労働との間には代替的な関係があるということで見方がほぼ一致しているが、エネルギーと資本の関係については代替的の見方が多いものの補完的の見方もないわけではない。この点、エネルギー価格の上昇は、たしかに短期的には、エネルギー多消費型資本設備の遊休化というかたちで、資本の投入を減少させるかもしれない(この場合、エネルギーと資本は補完的)が、中長期的には、近年の省エネ投資の増大が示すように、資本の投入をむしろ増加させる(エネルギーと資本は代替的)と考える方が妥当と思われる。本稿ではこのような考え方に立ち、Cobb-Douglas 型を採用することとした。なお、Cobb-Douglas 型では代替弾力性が 1 とアприオリに前提されているが、この点については CES 型を別途計測し、その妥当性をチェックすることとした。

## 3. 計測方法と計測結果

(計測方法)

原油を組み込んだ Cobb-Douglas 型の生産関数は次のように表わせる。

$$Y = A e^{\alpha t} K^{\alpha} L^{\beta} E^{\gamma}$$

ここで Y : 産出量      K : 資本  
L : 労働      E : 原油  
t : タイム・トレンド

上記関数を計測する際に問題となるのは、産出量のデータとして何を用いるかということと、K、L、E の間の多重共線性をいかに避けて安定した

(第1表)

## エネルギーとその他生産要素間の代替・補完関係に関する諸分析結果

研究者	データ	分析結果
Berndt and Wood(1975)	米国製造業、1947～1971	EおよびK補完的 EおよびL代替的
Fuss(1977)	カナダ製造業、1961～1971	EおよびM代替的 EおよびL代替的
Griffin and Gregory(1976)	OECD 9 国製造業、1955、1960、1965、1969	EおよびM代替的 EおよびK代替的
Hnyilicza(1975, 1976)	米国のエネルギーおよび非エネルギー部門、 1947～1971	EおよびL代替的 非エネルギー部門 EおよびK独立的 EおよびL独立的 EおよびM代替的
Ozatalay, Grubaugh, and Long (1978, 1979, undated)	カナダ、西ドイツ、日本、オランダ、ノルウェー、 スウェーデン、米国、1963～1974	エネルギー部門 EおよびK独立的 EおよびL代替的 EおよびM独立的
Pindyck(1977)	OECD 10 国製造業、1959～1974(または1973)	EおよびK代替的 EおよびL代替的 (長期のみ) EおよびM独立的

(注) K—資本、L—労働、E—エネルギー、M—その他原材料、代替の弾力性の絶対値が0.1より小さいときは独立的と分類。  
出所：米国エネルギー省「Survey of the Research into Energy-Economy Interactions」1979

パラメーターを得るかということである。ここでは、まず産出量のデータとしては、分配の問題(産出量の価値は生産要素の付加価値合計に等しい)を考慮し、実質GNP(資本および労働の付加価値)に実質原油輸入額(原油の付加価値)を加えたものを用いることとした。次に説明変数間の多重共線性の回避に関しては、K、L、Eについての一次同次性( $\alpha + \beta + \gamma = 1$ )の仮定を用いて、説明変数の数を減らすようにした。

## (計測結果)

計測結果は次のとおりである。

$$\textcircled{1} \ln\left(\frac{Y}{L}\right) = 1.5572 + 0.0147t + 0.3959 \ln\left(\frac{K^* \cdot OCR}{L}\right) + 0.1825 \ln\left(\frac{E}{L}\right)$$

(9.1)      (2.5)      (5.1)      (7.8)

$$\bar{R}^2 = 0.998, S. E. = 0.023, D. W. = 1.86$$

$$\textcircled{2} \ln\left(\frac{Y}{L}\right) = 0.6734 + 0.0198t + 0.5931 \ln\left(\frac{K^* \cdot OCR}{L}\right)$$

(4.7)      (2.1)      (6.1)

$$-0.0638 \ln\left(\frac{P_E}{P}\right) \quad (\text{注1})$$

(4.2)

$$\bar{R}^2 = 0.997, S. E. = 0.033, D. W. = 1.13$$

(注1) 限界生産力原理を原油について適用すると  $\frac{\partial Y}{\partial E} = \frac{P_E}{P} (P_E: \text{原油輸入価格}, P: \text{産出価格})$ 。ここから得られる  $E = \gamma Y \left(\frac{P_E}{P}\right)^{-1}$  という関係を生産関数に代入することにより②式の理論式が導かれる。

( )内は t 値、計測期間は昭和30～54年度(年度データ)

ここで、Y：実質GNP+実質原油輸入額  
L：マンアワー(就業者数×常用労働者総実労働時間指数<除くサービス業>)

K\*：民間設備粗資本ストック(期首と期末の平均)

OCR：稼働率指数

E：実質原油輸入額

P<sub>E</sub>：原油輸入価格(名目原油輸入額/実質原油輸入額)

$$P: \text{産出価格} \left( \frac{\text{名目GNP} + \text{名目原油輸入額}}{\text{実質GNP} + \text{実質原油輸入額}} \right)$$

t: タイム・トレンド

ただし、名目原油輸入額は円建、IMFベース。実質原油輸入額=通関原油輸入量×50年名目原油輸入額/50年通関原油輸入量。

上記2式のうちいずれがより妥当かということであるが、「一次同次を前提としたCobb-Douglas型生産関数では、限界生産力原理により産出量の対生産要素弾性値が各生産要素間の分配率に等しくならなければならない」という関係に着目して、各式における産出量の対生産要素弾性値( $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ )を算出し、これを各生産要素の分配率と比較してみると、総じて②式の方が良好な結果となっている(第2表)。さらに、①式の場合には説明変数間にかなり強い多重共線性がみられるという問題もあり、総合的にみて②式の方がより妥当と考えられる。

(第2表)

産出量の対生産要素弾性値

	①式	②式	分配率*
資本	0.3959	0.5575	0.5409
労働	0.4216	0.3825	0.4440
原油	0.1825	0.0600	0.0151

\* 各生産要素の分配率は次のようにして算出。

$$\text{労働分配率} = \frac{\text{雇用者所得}}{\text{名目GNP} + \text{名目原油輸入額}} \left[ \begin{array}{l} \text{昭和30} \sim \text{54} \\ \text{年度の平均} \end{array} \right]$$

$$\text{原油分配率} = \frac{\text{名目原油輸入額}}{\text{名目GNP} + \text{名目原油輸入額}} \left[ \begin{array}{l} \text{〃} \\ \text{〃} \end{array} \right]$$

$$\text{資本分配率} = 1 - (\text{労働分配率}) - (\text{原油分配率})$$

なお、別途CES型を計測した結果によれば(〔付〕参照)、資本・労働・原油各生産要素間の代替弾力性は0.61で、Cobb-Douglas型の前提(代替弾力性=1)に近い値であり、Cobb-Douglas型を採用してもさほど問題がないことが確認された(Hogan-Manne(1977)の研究によれば、代替弾力

性が0.5以上であれば、ある生産要素の減少の生産への影響は他の生産要素の増加により補われる結果、生産の減少幅は長期的には軽微にとどまるとされている)。

#### 4. 若干のインプリケーション

(諸生産要素の変化の産出量に及ぼす影響)

上記生産関数により、資本、労働および原油の投入量をそれぞれ変化させた場合の産出量への影響を試算することができる。試算によれば、他の生産要素の投入が不変な限り、資本投入の1%減少は0.56%、労働投入の1%減少は0.38%、原油投入の1%減少(原油の実質価格0.9%上昇と対応)は0.06%、それぞれ産出量(実質GNP+実質原油輸入額)を低下させる、との結果となっている。

(能力産出量と需給ギャップ率の算出)

上記生産関数を用いて算出した能力産出量(注2)は、第1図のとおりである。ここで原油価格の大幅上昇期(昭和49年度および54~55年度)には能力産出量の伸びが屈折しているのが目立つ。これは、企業が利潤極大化のため各生産要素の限界生産力が各要素の実質価格(要素価格/産出価格)に等しくなるように要素投入量を決定している場合には、原油の実質価格が高騰すればその投入量が減少し、この結果能力産出量にマイナスの効果を与えるためと解釈できる。

(注2) 計測式において、稼働率指数(OCR)には過去のピーク値、労働時間指数には次式で稼働率指数(OCR)に過去のピーク値を与えて算出したいわば完全雇用水準を代入(その他の説明変数には実績を代入)。

$$\frac{\text{常用労働者総数}}{\text{実労働時間指数}} = 104.5 + 0.1434\text{OCR} - 0.7341t$$

(除くサービス業)

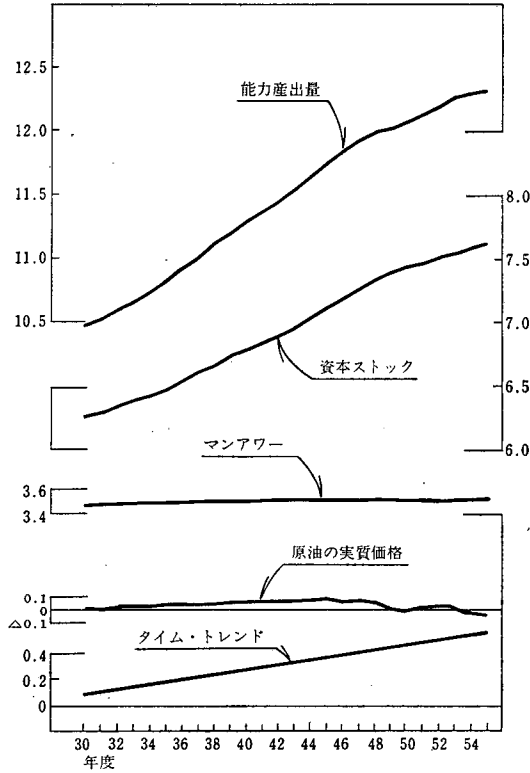
$$\bar{R}^2 = 0.93, S.E. = 1.46, D.W. = 0.36$$

計測期間は昭和30~54年度(年度データ)

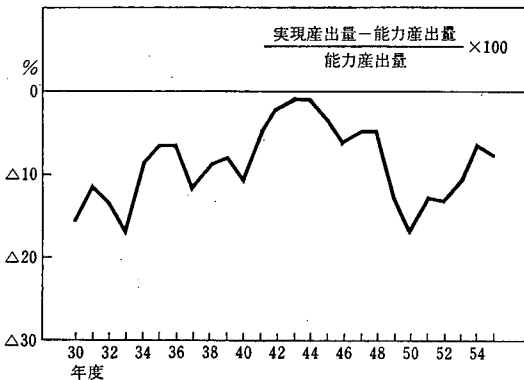
次にこの能力産出量を用いて需給ギャップ率を算出した(第2図)。これによると、第1次オイル

ショックにより需給ギャップ率は昭和49年度13.1%、50年度17.1%と大幅に拡大したが、その後景気回復に伴い縮小し、55年度は7.8%となっている。

〔第1図〕  
能力産出量の推移と説明変数の寄与度(対数)



〔第2図〕  
需給ギャップ率の推移



〔付〕 CES型生産関数の計測方法と計測結果

CES型生産関数は

$$Y = Ae^{dt}(\delta_K K^{-\rho} + \delta_L L^{-\rho} + \delta_E E^{-\rho})^{-\frac{1}{\rho}} \dots \textcircled{1}$$

$$(\delta_K + \delta_L + \delta_E = 1)$$

と書くことができる。

ここで、Y:産出量 K:資本  
L:労働 E:実質原油輸入額  
 $\delta$ :技術進歩率 t:タイム・トレンド  
A:スケール・ファクター  $\delta_i$ :分配パラメータ  
 $\rho$ :代替パラメータ

①式を限界生産力原理を用いて次のように変型する。

$$\frac{\partial Y}{\partial K} = \frac{CC}{P} \rightarrow \frac{K}{Y}$$

$$= A^{-\frac{1}{1+\rho}} (e^{dt})^{-\frac{1}{1+\rho}} \delta_K^{\frac{1}{1+\rho}} \left(\frac{P}{CC}\right)^{\frac{1}{1+\rho}} \dots \textcircled{2}$$

$$\frac{\partial Y}{\partial L} = \frac{P_L}{P} \rightarrow \frac{L}{Y}$$

$$= A^{-\frac{1}{1+\rho}} (e^{dt})^{-\frac{1}{1+\rho}} \delta_L^{\frac{1}{1+\rho}} \left(\frac{P}{P_L}\right)^{\frac{1}{1+\rho}} \dots \textcircled{3}$$

$$\frac{\partial Y}{\partial E} = \frac{P_E}{P} \rightarrow \frac{E}{Y}$$

$$= A^{-\frac{1}{1+\rho}} (e^{dt})^{-\frac{1}{1+\rho}} \delta_E^{\frac{1}{1+\rho}} \left(\frac{P}{P_E}\right)^{\frac{1}{1+\rho}} \dots \textcircled{4}$$

ここで、P:産出価格、CC:資本用役コスト、  
 $P_L$ :賃金率、 $P_E$ :原油輸入価格

②、③、④式を対数変換して線型の関数に書き直す  
と次のとおりである。

$$\ln\left(\frac{K}{Y}\right) = -\frac{1}{1+\rho} \ln A - \frac{1}{1+\rho} \lambda t + \frac{1}{1+\rho} \ln \delta_K$$

$$+ \frac{1}{1+\rho} \ln \frac{P}{CC} \dots \textcircled{2'}$$

$$\ln\left(\frac{L}{Y}\right) = -\frac{1}{1+\rho} \ln A - \frac{1}{1+\rho} \lambda t + \frac{1}{1+\rho} \ln \delta_L$$

$$+ \frac{1}{1+\rho} \ln \frac{P}{P_L} \dots \textcircled{3'}$$

$$\ln\left(\frac{E}{Y}\right) = -\frac{1}{1+\rho} \ln A - \frac{1}{1+\rho} \lambda t + \frac{1}{1+\rho} \ln \delta_E$$

$$+ \frac{1}{1+\rho} \ln \frac{P}{P_E} \dots \textcircled{4'}$$

ここで②'、③'、④'式を個々に計測すると上記3式の  
パラメータの一致性がみとされなため、次のような  
マトリックスを用いて計測することとした(推計法は  
通常の最小2乗法)。

被説明変数	説明変数				タイム・トレンド
	定数項	D <sub>L</sub>	D <sub>E</sub>	相対価格	
$(\frac{K}{Y})_{31}$ 年度	1	0	0	$(\frac{P}{CC})_{31}$	1
$(\frac{K}{Y})_{32}$	1	0	0	$(\frac{P}{CC})_{32}$	2
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
$(\frac{K}{Y})_{54}$	1	0	0	$(\frac{P}{CC})_{54}$	24
$(\frac{L}{Y})_{31}$	1	1	0	$(\frac{P}{P_L})_{31}$	1
$(\frac{L}{Y})_{32}$	1	1	0	$(\frac{P}{P_L})_{32}$	2
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
$(\frac{L}{Y})_{54}$	1	1	0	$(\frac{P}{P_L})_{54}$	24
$(\frac{E}{Y})_{31}$	1	0	1	$(\frac{P}{P_E})_{31}$	1
$(\frac{E}{Y})_{32}$	1	0	1	$(\frac{P}{P_E})_{32}$	2
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
$(\frac{E}{Y})_{54}$	1	0	1	$(\frac{P}{P_E})_{54}$	24

上式を計測の結果タイム・トレンド項の符号条件が満たされなかったため、これを落として再計測した結果は次のとおりである。

$$\begin{aligned} \text{生産要素対産出量比率} &= 0.2069 - 3.3730 D_L - 4.3164 D_E + 0.6096 \left( \frac{\text{相対価格}}{\text{価格}} \right) \\ &\quad (3.4) \quad (34.1) \quad (44.3) \quad (7.8) \end{aligned}$$

$$\bar{R}^2 = 0.971, \text{ S. E.} = 0.30, \text{ D. W.} = 0.20$$

( )内は t 値、計測期間は昭和31～54年度  
(年度データ)