

資料

カルマンフィルター・モデルによる 対米輸出関数の計測について

1. 経済構造変化の計測

石油危機以降、大幅な原燃料価格の上昇を契機としてわが国の経済構造には需要、生産面等で構造変化が生じているのは広く知られているとおりである。とくに輸出については、日本経済の構造変化のそもそもの発端が交易条件の大幅悪化であっただけに直接大きなインパクトを受けざるを得なかったほか、その後も昭和52～53年にかけての急激かつ大幅な円高の進行や貿易摩擦の激化、様々な形で輸出規制の実施等外生条件の基本的変化が相次いでいるため構造変化が大きく進展しているものと思われる。

一般的にはこうした経済構造の変化は短期間に完結せず、ある程度の時間を要するものであり、したがって経済構造を具体的に表わしている経済変量間の関係(数量的に把握すれば、構造方程式のパラメータの値)は一定不変ではなく、時間とともに徐々に変化していくと考えるのが自然であろう。しかしながら経済分析の分野で経済変量間の数量的関係を把握する手段として通常多く利用される最小二乗法(OLS)では、変量間の関係(パラメータの値)はその問題とする観察期間(計測期間)中変化しないことを前提としている。このため計測された結果はその期間内における変量間の平均的關係(いわばその期間内変動の平均としての経済構造)を捉えたものであり、この方法では構造変化の方向、テンポ、大きさ等を明示的に把握することは難しい。

これに対し、可変パラメータ・モデル^(注1)は、変量間の関係(パラメータの値)

(注1) 時系列データを取扱う主な可変パラメータ・モデルには経済変量間の関係が、

(1) ある時点でいわば断層が生じるかたちで異質なものにシフトする場合
(Switching Regression Model)

(2) 時間の経過とともに滑らかに変化する場合
(Time-Varying Parameters Model)

に応じてそれぞれ種々の手法がある。本稿で採用したカルマンフィルター・モデルは(2)に属する(カルマンフィルター・モデルの詳細は付論参照)。

が時間とともに変化すると仮定を明示的に取入れた計測方法であり、上記OLSの持つ欠点を克服しようとする手法である。可変パラメータ・モデルによれば、計測期間内の変量間の関係(パラメータの値)の変化を追跡できるだけでなく将来の変化方向も予測可能と考えられている。このため、可変パラメータ・モデルによる計測を通じて得られる情報量が増大するほか、経済現象の予測に際しても、過去の平均的構造を固定したままのOLS計測結果による予測に比較し、予測精度の向上が期待できるとされている。

2. 対米輸出関数の計測

本稿では近年構造変化の進行が著しいと思われる対米輸出数量関数を取上げ、可変パラメータ・モデルのうちカルマンフィルター・モデルを用いて計測し、その結果等を検討する。

まず、対米輸出関数(通関、数量ベース)を最小二乗法(OLS)で計測し、計測期間(48/3月~60/3月)の平均的パラメータ(構造)を把握する。関数の型は、所得要因を示す米国鉱工業生産指数(米国実質GNPの代理変数)、価格要因を示す内外相対比価、また、輸出プレッシャーを示すものとして生産者製品在庫率指数(日本)の3変数を説明変数とする対数線型式とした(したがって、各説明変数のパラメータはそれぞれの弾性値を表わしている)。

計測結果は以下のとおりである。

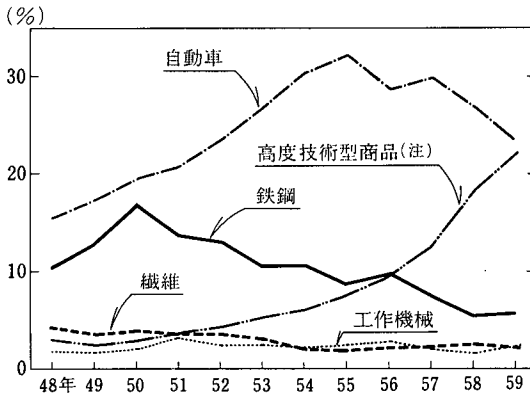
$$\begin{aligned} \ln(\text{対米輸出数量}) = & -8.45602 + 2.69189 \ln\left(\sum_0^2 \left(\frac{1}{3}\right) \text{米国鉱工業生産指数}\right) \\ & (-15.4) \quad (32.7) \\ & + 1.5544 \ln\left(\sum_0^2 \left(\frac{1}{3}\right) \frac{\text{米国卸売物価指数(工業製品)}}{\text{通関輸出価格指数(ドル建)}}\right) \\ & (27.9) \\ & + 0.29921 \ln\left(\sum_1^3 \left(\frac{1}{3}\right) \text{生産者製品在庫率指数(日本)}\right) \\ & (5.2) \end{aligned}$$

$$\bar{R}^2 = 0.965, \text{S.E.} = 0.072, \text{D.W.} = 0.415$$

()内は t 値、計測期間 48/3月~60/3月

計測期間内には、変動相場制への移行(48年)、2度の石油危機(48、54年)、急激かつ大幅な円高進行(52~53年)、鉄鋼、自動車の規制導入(それぞれ53年以降、56年以降)等の基本的な外生条件の変化が生じており、これに対応して日本の輸出構造は大きく変わったものと考えられ、この点は輸出品目構成の変化からも示唆されるところである(第1図)。

〔第1図〕
米国向け輸出品目構成比推移(数量ベース)



(注) VTR、事務用機器、電子部品の合計。

ここでまず、カルマンフィルター・モデルを適用する事前準備として上記計測式についてステップワイズ・チャウテスト(Stepwise Chow Test)^(注2)を行ない、構造変化の有無をチェックしてみる。

まず52～53年(第1次石油危機のインパクトが一段落した頃)を境に構造変化が統計的に検出される。次に52年以降の期間についても同様のチェックを試みると57年

頃(第2次石油危機のインパクトが一段落した頃)を境とする構造変化が検出され、55年以降の期間についての検定では構造変化は有意に検出されない。

このように一応関数については大きな構造変化が52～53年、57年頃を境に認められる。そこで、この間こうした構造(経済変量間の関係)が徐々に変化しているとすれば、カルマンフィルター・モデルによる計測でそのパラメータ変動の推移が明示的に示される(第2図)ことになる。

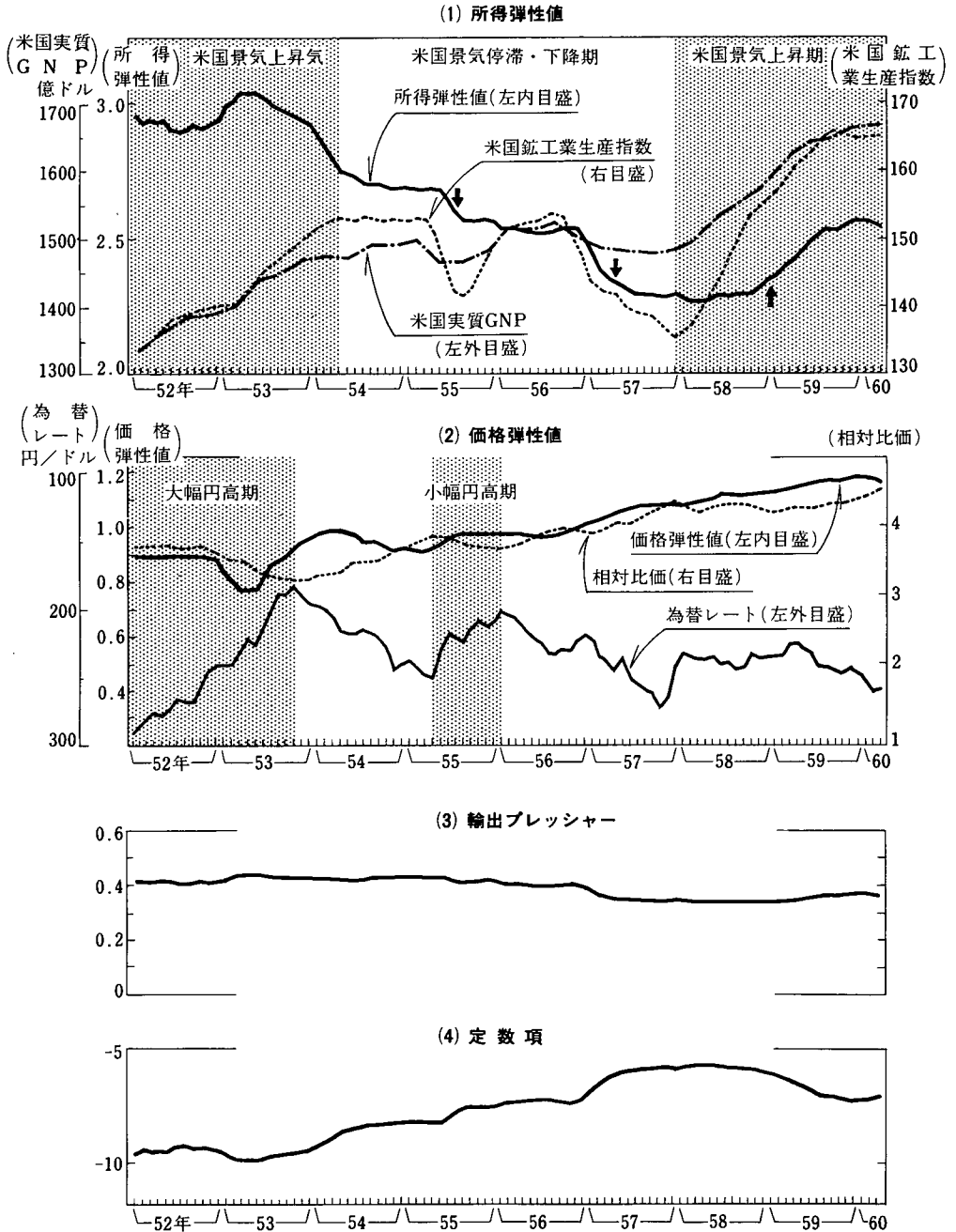
上記対米輸出関数のカルマンフィルター・モデルによる計測結果(初期値推定期間=48/3月～50/12月、パラメータ推定期間=51/1月～60/3月)における各変数のパラメータ(定数項、所得弾性値、価格弾性値、輸出プレッシャー)変動の特徴点を摘記すれば以下のとおり。

- (1) 各パラメータ水準はOLSと比較しても総じてさほど変わらないが、子細にみれば価格弾性値がOLSによるパラメータよりもやや低く、輸出プレッシャーがやや高い。
- (2) 所得弾性値の推移を米国鉱工業生産指数との関連でみると^(注3)(第2図)、所得弾性値は、55年前半および56年後半から57年一杯にかけての生産指数低下局面で低下する一方、58年以降の上昇局面ではやや遅れるかたちながらかなりのテンポで上昇を示しており、米国景気局面に応じて反対方向の動きが

(注2) ステップワイズ・チャウテスト(Stepwise Chow Test)とは、計測期間を2分するすべての分割点にそれぞれチャウテストを適用し、計測された前後半のパラメータが統計的に等しいかどうかを逐次検定し、構造変化の生じた時点を探る方法。ただし、当テストで想定しているのは断層が生じるような大きな変化であるため、徐々に変化が進行すると考えるのが自然と思われる経済現象のテストには注意を要する。

〔第2図〕

カルマンフィルター法によるパラメータの推移



観察される。

また、長期的にみれば緩やかな下方トレンドが認められる。

(3) 価格弾性値は、52～53年の大幅円高期とその直後にかなり大きな振れを示

したあと55年以降はおおむね緩やかな上昇を続けている(第2図)。

- (4) 輸出プレッシャーのパラメータの動きは所得弾性値や価格弾性値に比べると極めて安定している(第2図)。
- (5) 定数項が変動することの解釈は一意的に決めにくい面があるが、上記所得要因、価格要因、輸出プレッシャー要因以外の明確に定義されない種々の説明要因の集合とみなすことができる。この値には長期的にみれば若干の上方トレンドが観察される(第2図)。

3. 若干のインプリケーション

以上のようなカルマンフィルター・モデルによるパラメータの推定結果を経済的に意味付ける際には、関連データや他の分析手法等も併用しつつ慎重に吟味する必要があるが、ここでのとりあえずの解釈は次のとおりである。

- (1) 対米輸出数量を米国景気との関係でみたとき、所得弾性値は2回の米国景気下降局面(55年前半、56~57年)で低下し、それがわが国輸出へのマイナスインパクトを軽減する一方、今回の米国景気上昇期には上昇し、輸出への所得効果を増幅している。こうした景気局面で異なる所得弾性値の動きは景気局面に敏感に対応した本邦企業の輸出努力の結果とみられるが、こうした傾向が今後も続けば対米輸出数量は下方硬直性を持ちつつ増加傾向を持続すると予想されることになろう。

また、長期的に右下がりの傾向にあるのは新規参入分野が徐々に減少していることや米国企業との競争から日本製品シェア拡大にもおのずと限界があることによるほか、シェア上昇にしたがい摩擦の激化、数量規制の導入等から所得上昇による需要増大があっても供給が制約される商品類が拡大していることも一因と思われる(前掲第1図)。

- (2) 所得弾性値の方が価格弾性値より大きく(O L Sによる計測でも同様の結果)、対米輸出数量変動のうち米国生産活動の変動により説明される部分が内外相対比価の変動に帰せられる部分を大きく上回っている。このことは短期的には米国生産活動の状況如何では相対比価面での少々の不利化は打消されてしまう可能性があることを意味しよう。
- (3) 価格弾性値の傾向的な上昇は、日本製品と米国製品との間の代替性が高まる傾向にあることを示している。すなわち供給面で日本企業による現地販売網整備の進展等に伴い日本製品購入の機会が大幅に拡大するとともに、需要

面でも米国消費者・企業が日本製品の購入・使用に慣熟の度を加えていることの結果であるとの見方が可能であろう。

この点については当関数の計測において、対米輸出数量と相対比価の関係が、日本製品に対する需要曲線上の推移として計測されているのか、あるいは日本の米国向け輸出製品の供給曲線上の推移として計測されているのか明確に判定出来ないという問題(identification問題)が存在するため、需要曲線と供給曲線が明示的に識別できるようなかたちで計測するなどの検討^(注4)が必要と考えられる。

- (4) 定数項の上方トレンドについては、日米両国景気や相対比価の変化に左右されない要因、いわゆる日本製品の質的な非価格競争力、アフターサービス向上や故障率の低さ、あるいは宣伝強化等による米国消費者・企業の日本製品選好の強まりなどを背景とする日本製品の米国における持続的シェア拡大が結果的に計測されているとの解釈が可能と思われる。

4. カルマンフィルター・モデルによる予測力

カルマンフィルター・モデルは変量間の関係が徐々に変化しているものと仮定した場合のパラメータ推定法であるため、将来予測を行う場合、予測期間中において経済構造に断層(discrete jump)が生じないとする限り計測最終期のパラメータは、OLS推定による過去からの平均であるパラメータに比べより最新の情報を含んでいる点で優れていると言える。

また、カルマンフィルター・モデルによる予測は、パラメータ変動レンジが大幅でないケースあるいは一方向に緩やかに変化しているケースなどについてはOLS推定結果による予測に比べ予測誤差を小さくする可能性が高い^(注5)。

ちなみに今回計測した関数型で58年以降の輸出急増局面についてその直前までの計測(48/3月~57/12月)結果を用いてカルマンフィルター・モデルとOLSによる外挿結果を比較(第3図)してみると、OLSは誤差率が58年は10%程度、59年は15%強となっているのに対し、カルマンフィルター・モデルでは58年に7%程度とOLSを上回るパフォーマンスを示す。しかし、58年末頃から目立って

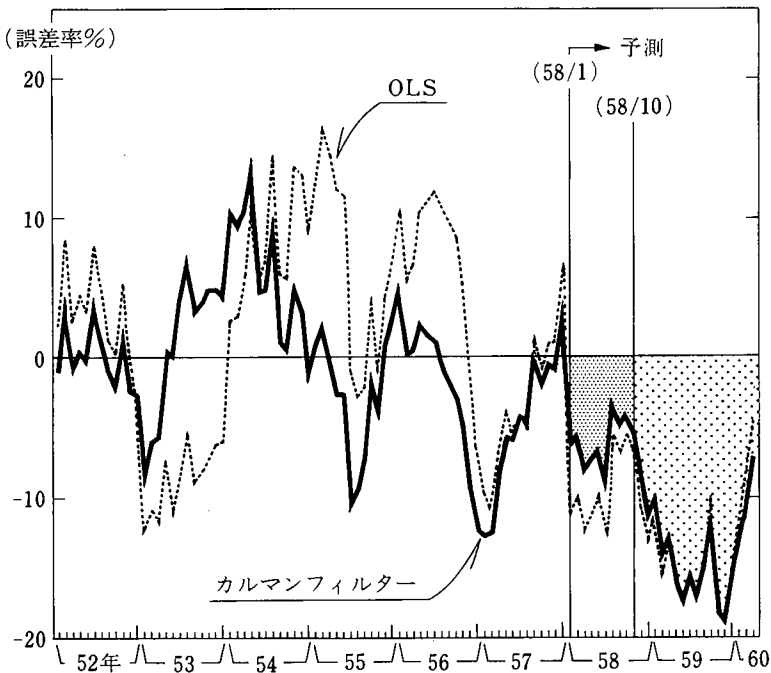
(注4) 成長商品が次々と入れ替っていることもあり、商品ごとの価格弾性値を計測し、商品構成の変化や特定品目の規制等が全体の価格弾性値の変化にどう影響を与えたかも検討する必要があるだろう。

(注5) 計測期間内の平均平方誤差率では当然のことながらカルマンフィルター・モデル(5.3%)がOLS(7.2%)を大きく下回っている。

誤差率は上昇しOLSと同程度に悪化してしまう。これは事後的にみれば変動の主説明要因である所得弾性値が58年3月をボトムにジリジリ上向き58年末ごろからかなりのテンポで上昇するためである。このように本稿で取扱っているパラメータの定式化(1次のARタイプ)の場合計測最終期のパラメータ推定値が予測値として使われるためパラメータの定式化に一段の工夫が必要であることを示唆している。なお、カルマンフィルター・モデルはパラメータ変動パターンの定式化を種々工夫することによって、予測域内で自動的にパラメータが時間に対応して

〔第3図〕

カルマンフィルター・モデルとOLSの予測力比較



(注1) 予測に用いたパラメータ比較

	カルマンフィルター	OLS
定数項	-6.0519	-7.9683
所得弾性値	2.2808	2.5760
価格弾性値	1.0604	1.3080
輸出プレッシャー	0.3394	0.3662

カルマンフィルターは、初期値推定期間48/3月~50/12月、フィルタリング期間51/1月~57/12月として推定した場合の57/12月のパラメータ。

(注2) 予測誤差率(%)

	58年中 (平均)	59年中 (平均)	全期間 (平均)
カルマンフィルター(A)	7.00	15.57	11.23
OLS(B)	9.69	15.29	12.08
差 (A)-(B)	-2.69	0.28	-0.85

変動して行くタイプの計測も可能(付論参照)となるが、計測手法、予測手法等に未解決な部分がいまだ残されているのが現状であり、この点の改良が今後の検討課題となっている。

(付 論) カルマンフィルター・モデル (Kalman Filter Model) について

可変パラメータ・モデルには、パラメータの変化をどのような性格のものとして捉えるかその定式化の違いにより、Switching Regression Model、Time-Varying Parameters Model 等様々な種類がある。本稿で用いたカルマンフィルター・モデルは、Time-Varying Parameters Model に属し、パラメータが連続的に加わるランダム・ショックにより確率的に変動すると仮定している。この意味で、可変パラメータ・モデルの中では一般性の高い定式化と考えられている。

カルマンフィルター・モデルの基本モデルは、次のように表わされる。

$$\begin{cases} y_t = x_t \beta_t + U_t & (t = 1, \dots, T) \\ \beta_t = \Phi \beta_{t-1} + V_t & (t = 1, \dots, T) \end{cases}$$

$U_t \sim N(0, \sigma_u^2)$ 正規分布

$V_t \sim N(0, \sigma_v^2 R)$ K変数正規分布

y_t : 被説明変数

x_t : K行説明変数ベクトル

β_t : K列係数ベクトル

Φ 、 β_0 、 σ_u^2 、 $\sigma_v^2 R$ は所与

(上式で、 $\Phi = I$ 、 $\sigma_v^2 R = 0$ の場合、通常の間帰モデルと同じになる)

(注) β_t の定式化については取扱うデータの性格により様々なバリエーションが考えられる。本稿で扱っているAR1次タイプのほか一定水準に収束するタイプやARIMAタイプ等がある。この場合 β_t の予測法はそれぞれのタイプに応じた方法になる。

(カルマンフィルターによるパラメータの推定)

上記モデルにおいて、t期までの情報 $\mathcal{Q}_t = \{y_t, y_{t-1}, \dots, y_1\}$ を用いて観測することのできないパラメータ (β_t) を推定する。

$$\begin{aligned} \beta_{t|t} &\equiv E(\beta_t | \mathcal{Q}_t) \\ &= E(\beta_t | \mathcal{Q}_{t-1}) + K_t (y_t - E(y_t | \mathcal{Q}_{t-1})) \\ &= \beta_{t|t-1} + K_t \underbrace{(y_t - x_t \beta_{t|t-1})}_{\text{予測誤差}} \dots \dots \dots \textcircled{1} \end{aligned}$$

(K_t は回帰係数ベクトル)

すなわち、 β_t の推定値は、 $t-1$ 期までの情報を用いて推定した $\beta_{t|t-1}$ に予測誤差 ($y_t - x_t \beta_{t|t-1}$) を調整したうえで得られることになる。

ここで

$$K_t = P_{t|t-1} x_t' (x_t P_{t|t-1} x_t' + \sigma_u^2)^{-1} \dots \dots \dots \textcircled{2}$$

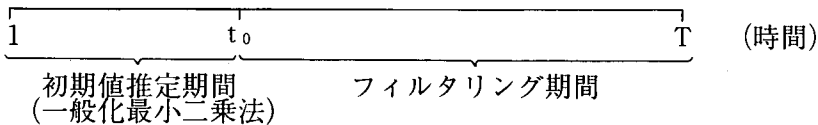
$$\begin{aligned} P_{t|t-1} &\equiv \text{Cov}(\beta_t | \mathcal{Q}_{t-1}) \\ &= \Phi P_{t-1|t-1} \Phi' + \sigma_v^2 R \quad \dots \dots \dots \textcircled{3} \end{aligned}$$

$$P_{t|t} = P_{t|t-1} - P_{t|t-1} x_t' (x_t P_{t|t-1} x_t' + \sigma_u^2)^{-1} x_t P_{t|t-1} \dots \dots \dots \textcircled{4}$$

$$\beta_{t|t-1} = \Phi \beta_{t-1|t-1} \quad \dots \dots \dots \textcircled{5}$$

したがって、初期値 $\beta_{t_0|t_0}$ およびその分散 $P_{t_0|t_0}$ ($t_0 \leq T$) が与えられると、②、③式から K_{t_0+1} が、また⑤式から $\beta_{t_0+1|t_0}$ が求められ、それらを①式に代入することにより $\beta_{t_0+1|t_0+1}$ が求められる。また、この $\beta_{t_0+1|t_0+1}$ と④式から得られる $P_{t_0+1|t_0+1}$ から同様に $\beta_{t_0+2|t_0+2}$ が求められる。このような繰り返し計算により、カルマンフィルターによるパラメータ推定値 $\beta_{t|t}$ が導出される。

以上のカルマンフィルターのアルゴリズムにおいては、初期値 $\beta_{t_0|t_0}$ 、 $P_{t_0|t_0}$ 、 σ_u^2 、 $\sigma_v^2 R$ を所与としているが、通常、 σ_u^2 、 $\sigma_v^2 R$ は最尤法により、また初期値 $\beta_{t_0|t_0}$ については適当な t 個のデータ ($t \leq T$) に対して一般化最小二乗法を用いることにより推定される ($P_{t_0|t_0}$ は $\beta_{t_0|t_0}$ の分散)。なお、 Φ については分析者が特定する必要があるが、本稿の実証分析では単位行列を使用している。



(経済分析に応用する際の留意点)

カルマンフィルター・モデルを経済分析に適用することにより、一般に(1)パラメータの推移・変化から経済変量間の対応関係(経済構造)の変化を検証すること、(2)パラメータの変化傾向を分析すること、さらにはパラメータの予測値そのものを利用することなどにより予測精度を向上させることが期待される。しかし、経済分析に適用するに際しては、以下の点に留意することが必要と考えられる。

- ① カルマンフィルター・モデルは、パラメータが確率的に変動することを前提としているため、構造方程式自体がある時点で異質なものにシフトするよ

うな変化(discrete jump)を直接対象とはしていない。

- ② フィルタリングによって推定されたパラメータの値は、推定の初期値に依存するため、推定初期から数期間は不安定な変動を示すことがある。したがって、パラメータの値の水準そのものを評価する分析では、初期値推定期間を変えることによりパラメータの安定性(安定期に入るのに要する期間数等)を実験のうえ確認するなどの注意が必要である。
- ③ β_t につき本稿の定式化(AR 1次タイプ)を適用した場合、将来のパラメータの最適予測値は $E(\beta_{T+n}|y_T) = \beta_{T+n|T} = \Phi^n \beta_{T|T}$ で表わされ、 $\Phi = I$ の場合には直近のパラメータ $\beta_{T|T}$ が最適予測値となる。この時、直近のパラメータ $\beta_{T|T}$ が直近期の永続的構造変化(変数間の対応関係の変化)を的確に反映している場合は問題ないが、 $\beta_{T|T}$ は直近期に異常値がある場合にも大きく変化する。したがって、将来予測に直近期のパラメータを適用する際には、直近期のパラメータの非異常性を何らかの方法で事前に検討しておく必要がある。